MASARYKOVA UNIVERZITA
Přírodovědecká fakulta
Ústav matematiky a statistiky

Bakalářská práce

Brno 2024 **Hana Benovičová**

MASARYKOVA
UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV MATEMATIKY A STATISTIKY

Matematické procházky

Bakalářská práce

Hana Benovičová

Vedoucí práce: RNDr. Jan Vondra, Ph.D. Brno 2024

Bibliografický záznam

Autor:	Hana Benovičová Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav matematiky a statistiky
Název práce:	Matematické procházky
Studijní program:	Matematika se zaměřením na vzdělávání
Studijní obor:	Matematika se zaměřením na vzdělávání, Český jazyk a literatura
Vedoucí práce:	RNDr. Jan Vondra, Ph.D.
Akademický rok:	2023/2024
Počet stran:	ix + 66
Klíčová slova:	matematické procházky; MathCityMap projekt; portál MathCityMap; aplikace MathCityMap; planimetrie; kombinatorika; goniometrie; matematika venku; Brno

Bibliographic Entry

Author:	Hana Benovičová Faculty of Science, Masaryk University Department of Mathematics and Statistics
Title of Thesis:	Mathematical walks
Degree Programme:	Mathematics focused on teaching
Field of Study:	Mathematics focused on teaching, Czech Language and Literature
Supervisor:	RNDr. Jan Vondra, Ph.D.
Academic Year:	2023/2024
Number of Pages:	ix + 66
Keywords:	mathematical walks; MathCityMap project; MathCityMap portal; MathCityMap application; planimetry; combinatorics; goniometry; mathematics outside; Brno

Abstrakt

Vytvořená bakalářská práce má sloužit jako návod k základním operacím v portálu MathCityMap. Stručně popisuje prostředí webových stránek projektu, více se věnuje vytvoření úloh a tras v portálu. Nutné aspekty tvorby úlohy či trasy jsou popsány, stejně tak několik zvolených doprovodných funkcí – přidání dílčích úkolů k úloze, stahování pracovních listů tras, vytváření digitálních tříd. Je zde také popsáno, jak vytvořené úlohy a trasy zveřejnit, co si počít, pokud je trasa nezveřejněná, a otevření trasy v aplikaci. V závěru jsou dvě vytvořené trasy v Brně uvedené i s nápovědami k úlohám a s jejich řešeními.

Abstract

This bachelor thesis is intended to serve as a basic guide to the MathCityMap portal. It briefly describes the project's website, and elaborates on the creation of tasks and trails in the portal. Necessary aspects of creating a task or trail are described, as well as a few selected supporting functions – adding subtasks to a task, downloading trail worksheets, creating digital classrooms. The thesis also describes how to publish created tasks and trails, what to do if a trail is unpublished, and how to open a trail in the application. In the end, two trails created by the author in Brno are listed with hints and solutions.

MUNI
SCI

MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KOTLÁŘSKÁ 2, 611 37 BRNO
IČ: 00216224
DIČ: CZ00216224

ZADÁNÍ
BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Akademický rok: 2023/2024

Ústav:	Ústav matematiky a statistiky
Studentka:	Hana Benovičová
Program:	Matematika se zaměřením na vzdělávání
Specializace:	Matematika se zaměřením na vzdělávání Český jazyk a literatura

Ředitel *ústavu* PřF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje bakalářskou práci s názvem:

Název práce:	Matematické procházky
Název práce anglicky:	Mathematical walks
Jazyk závěrečné práce:	čeština

Oficiální zadání:
V první části práce stručně popište projekt MathCityMap. Následně vytvořte praktickou ukázku matematické procházky Brnem. V práci komentujte, komu je procházka určena, jakému tématu se věnuje a s jakou časovou dotací je třeba počítat.

Literatura:
POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky : jak učit matematiku zajímavě a užitečně.*. 1. vydání. Plzeň: Fraus, 2016. 158 stran. ISBN 9788074893261.

POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky : jak učit matematiku zajímavě a užitečně.*. 1. vydání. Plzeň: Fraus, 2016. 179 stran. ISBN 9788074893278.

https://mathcitymap.eu/en/

Vedoucí práce:	RNDr. Jan Vondra, Ph.D.
Datum zadání práce:	2. 10. 2023
V Brně dne:	6. 11. 2023

Zadání bylo schváleno prostřednictvím IS MU.

Hana Benovičová, 19. 10. 2023
RNDr. Jan Vondra, Ph.D., 19. 10. 2023
RNDr. Jan Vondra, Ph.D., 19. 10. 2023

Poděkování

Na tomto místě děkuji vedoucímu své práce RNDr. Janu Vondrovi, Ph.D. za trpělivost, kterou se mnou měl, za veškeré konzultace a za navrhnutí tématu, které spojilo můj studijní obor a oddílovou činnost pro děti. Poděkování patří také všem mým blízkým, kteří mě podporovali a kteří se mnou procházeli Brno se svinovacím metrem a pomáhali s měřením.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci vypracovala samostatně pod vedením vedoucího práce s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno 1. května 2024 .....

Hana Benovičová

Obsah

Úvod **1**

Kapitola 1. Projekt MathCityMap **2**
1.1 Předchozí projekty 2
1.2 O projektu 2
1.3 Matematické procházky v České republice 3

Kapitola 2. Online prostředí MathCityMap **4**
2.1 Webové stránky 4
2.2 Webový portál MathCityMap 5
2.2.1 Úlohy 9
2.2.2 Trasy 10
2.3 Aplikace MathCityMap 11

Kapitola 3. Tvorba úloh a tras **13**
3.1 Úlohy 13
3.1.1 Obrázek k úloze 14
3.1.2 Základní údaje 15
3.1.3 Pozice 15
3.1.4 Typ odpovědi a řešení 16
3.1.5 Krok nápovědy 17
3.1.6 Metadata úlohy 18
3.1.7 Autor 19
3.1.8 Dílčí úlohy 20
3.1.9 Kopírování úloh 20
3.2 Trasy 20
3.2.1 Obrázek k trase 21
3.2.2 Základní údaje 21
3.2.3 Nastavení 21
3.2.4 Přidání úloh do trasy 22
3.2.5 Pracovní listy 22
3.3 Praktické využití aplikace 23
3.3.1 Zveřejnění tras a úloh 23
3.3.2 Zpřístupnění neveřejných tras 24

3.3.3 Tvorba tříd 24
3.4 Práce v portálu 27

Kapitola 4. Matematické procházky Brnem 29
4.1 Trasa 1: Náměstí 28. října 29
4.1.1 Plocha pod sochou 30
4.1.2 Výška sochy 30
4.1.3 Stín a výška sochy 32
4.1.4 Mezikruží 33
4.1.5 Plocha záhonu 34
4.2 Trasa 2: Denisovy sady 36
4.2.1 Úhel mezi cestami 36
4.2.2 Trojúhelníky 37
4.2.3 Po schodech 38
4.2.4 Šifra 40

Závěr 44

Přílohy 45

Seznam použité literatury 66

Úvod

Původem německý projekt MathCityMap se v posledních letech rozrostl do mezinárodní úrovně. Díky němu vznikají matematické procházky v různých městech, různých délek a obtížností. Všechny mají společný cíl – ukázat nejen žákům matematiku mimo školní lavice.

Cílem bakalářské práce je přiblížit projekt MathCityMap čtenáři a ukázat základy práce v portálu a aplikaci, popsat podrobně vytvoření úloh a tras. V rámci této práce jsou vytvořeny dvě matematické procházky Brnem, obě veřejně přístupné.

Úvodem je představena idea projektu MathCityMap, také jsou uvedeny předcházející práce s podobnou náplní, čímž se zde ilustruje myšlenka dlouhodobé existence námětu matematických procházek. Představeny jsou i české projekty v tomto prostředí včetně projektu Zlínského kraje Mazlík.

Následuje nahlédnutí do webového prostředí projektu s hlavním zaměřením na funkci portálu MathCityMap. Podrobná orientace v portálu a významy důležitých ikon jsou zde vypsány, stejně tak práce s interaktivní mapou. Dále je rozebráno postupně tvoření úloh i tras (rozepsány všechny aspekty formulářů), u úloh je navíc popsána funkce dílčích úkolů, u tras možnost stáhnout pracovní listy. S vytvořenou trasou lze dále manipulovat – může být zveřejněna, ale i pokud zveřejněna není, lze ji v aplikaci využívat. Jeden oddíl patří digitálním třídám, což je důležitý aspekt portálu zejména pro učitele, kteří by se rozhodli zařadit aplikaci MathCityMap do výuky.

Závěr práce tvoří dvě procházky Brnem, jedna určena pro první ročníky gymnázií a středních škol, druhá pro třetí ročníky těchto institucí. Obě trasy obsahují mapy se stanovišti. Všechny úlohy jsou vypsány i s nápovědami a obsahují vzorová řešení.

Kapitola 1

Projekt MathCityMap

1.1 Předchozí projekty

Projekt MathCityMap není prvním ve své kategorii. O matematické procházky se zajímalo již mnoho matematiků a pedagogů.

Za zmínění stojí kniha A Mathematics trail around the city of Melbourne, která vyšla v roce 1984 a podpořila růst popularity matematických procházek (její obsah je k přečtení v závěru publikace [5]). V Austrálii po vzniku knihy nastal růst počtu vytvořených matematických procházek.

V Americe vznikla trasa u Niagárských vodopádů, u bostonské univerzity (trasa obsahovala i nápovědy k úkolům), ve Washingtonu a dalších městech.

O tvorbě matematických procházek studenty (nikoliv pro studenty) se zabývala i Kay Toliver, o čemž mluví v krátkém televizním filmu Good morning, Miss Toliver. Celý dokument zaznamenává několik prvků, jakými může učitel oživit hodiny matematiky a vzbudit u žáků větší zájem o téma.

1.2 O projektu

Námět projektu MathCityMap byl poprvé nadnesen v roce 2012 Prof. Dr. Matthiasem Ludwigem z německé Univerzity Johana Wolfganga Goetha ve Frankfurtu. Od roku 2012 se počet lidí angažovaných v projektu zvýšil a tým se rozrostl do mezinárodní sféry – nyní jsou zapojeni i lidé z různých států Evropy mimo frankfurtskou univerzitu (webové stránky uvádějí kromě německých pracovníků zástupce pro Španělsko, Itálii, Slovensko, Řecko a Portugalsko, spolupracujícími státy jsou i Francie, Indonésie a Estonsko).

Cílem projektu MathCityMap je ukázat, že matematika se nachází všude okolo nás – nejen v pracovních sešitech a učebnicích. Ponouká uživatele dívat se na svět očima školní matematiky, vidět souvislosti mezi učivem a realitou a její možné aplikace.

Projekt nabízí studentům, žákům, učitelům i široké veřejnosti prostředí, které pomáhá matematiku okolo nás vidět. Učitelé mohou svým žákům přiblížit probírané téma, rodiče si mohou vyjít na naučnou procházku se svými dětmi. V širokém spektru úkolů si na své přijdou nadšenci do světa čísel i lidé matematikou nepolíbení. Jediný problém je dostupnost míst, kde se stanoviště nachází.

Úlohy vkládané do portálu jsou kontrolované týmem pracujícím na projektu. Úkol musí být nejprve schválen jako správně vytvořený a smysluplný. Nestane se tedy, že se do systému dostanou úlohy s chybami. Pozitivem na celém procesu schvalování úloh je i zpětná vazba k vytvořeným stanovištím.

Oproti učebnicím mají zadání slovních úloh pro venkovní prostředí výhodu – studentům nepředkládáme rovnou všechna čísla a neznámé, se kterými mají počítat. Tím jim necháváme prostor pro zamyšlení, sami si zjistí potřebné údaje, se kterými plánují pracovat. Ověří si vztahy, které znají z učebnic. Více si zapamatují celý proces plnění úkolů. Učí se pracovat s vlastní chybou.

K projektu byla vytvořena webová stránka MathCityMap a také aplikace nesoucí týž název. Dále bude rozebráno fungování webové stránky a aplikace.

1.3 Matematické procházky v České republice

V České republice existuje již přes 20 zveřejněných tras a přibývají další. Kupříkladu v Olomouci a Českých Budějovicích byly vytvořeny trasy v rámci diplomových prací (viz [8], [9]).

Díky MAP Polabí (místní akční plán vzdělávání) z roku 2018 jsou dostupné tři trasy ve Středočeském kraji (Benátky nad Jizerou, Lysá nad Labem, Milovice).

Ve Zlínském kraji vznikají trasy primárně díky projektu Procházky s MaZlíkem, tedy matematikou Zlínského kraje. Projekt má své webové stránky. Vedle odkazů na trasy v portálu MathCityMap jsou zde k nalezení pracovní listy k vytištění. U každé trasy je uvedeno, pro jaký ročník je určena. Pracovní listy jsou také k dostání na vybraných infocentrech. Procházky kromě úkolů obsahují i zajímavosti o místech, kudy trasy vedou. Řešitelé mají za úkol zjistit heslo, díky kterému je možné otevřít soubor s odměnou na webových stránkách projektu.

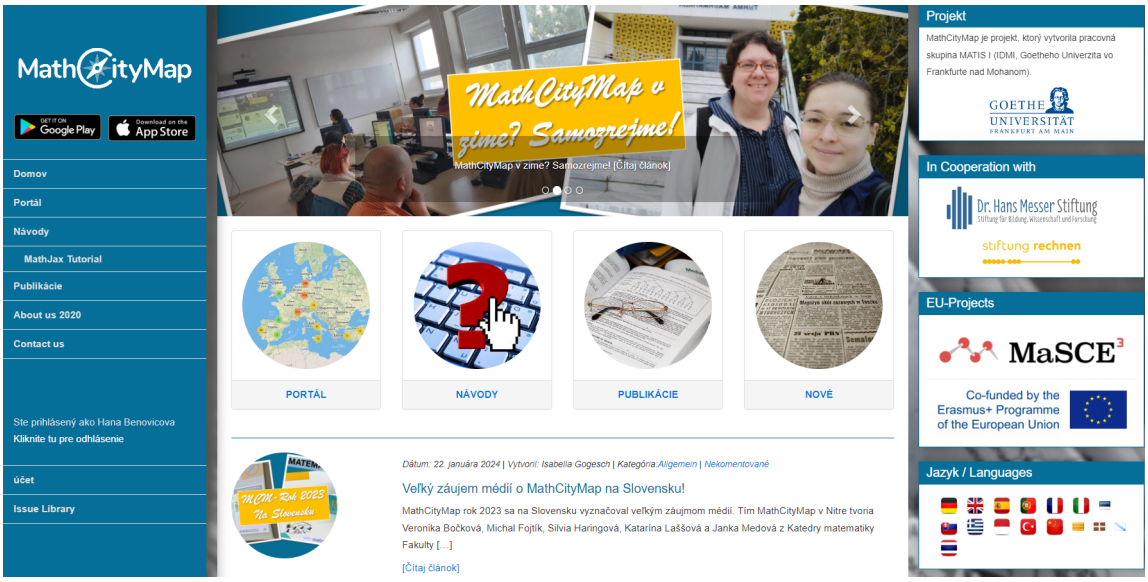
Kapitola 2

Online prostředí MathCityMap

2.1 Webové stránky

Úvodní stránka webu MathCityMap nabízí uživateli zvolit si jeden z 16 jazyků, ve kterém se chystá webové stránky pročítat. Bohužel se mezi těmito jazyky stále nenachází čeština. Uživatelům naší republiky musí postačit blízká slovenština či znalost jiného z nabízených jazyků (nutno dodat, že anglická verze webu je rozsáhlejší než její slovenská podoba – různí se např. v dostupném množství informací o týmu okolo projektu, ne všechny články jsou přeloženy do všech jazyků, v angličtině je však dostupný náhled všech stránek). Tato práce převážně vychází ze slovenské verze webu.

Po zvolení slovenštiny se uživateli nabídne v úvodním přehledu několik článků ve slovenštině. Jedná se o zajímavosti ze světa MathCityMap na slovenských školách, slovenské projekty a informace, novinky, šablony k úlohám a návody k portálu MathCityMap.



Obrázek 2.1: Úvodní stránka webu MathCityMap ve slovenštině.

Hlavní čtyři okna v horní části stránky (portál, návody, publikace a nové) jsou pro uživatele nejdůležitější. Stejné odkazy může uživatel využívat i přes nabídku v modrém

poli levé části stránky.

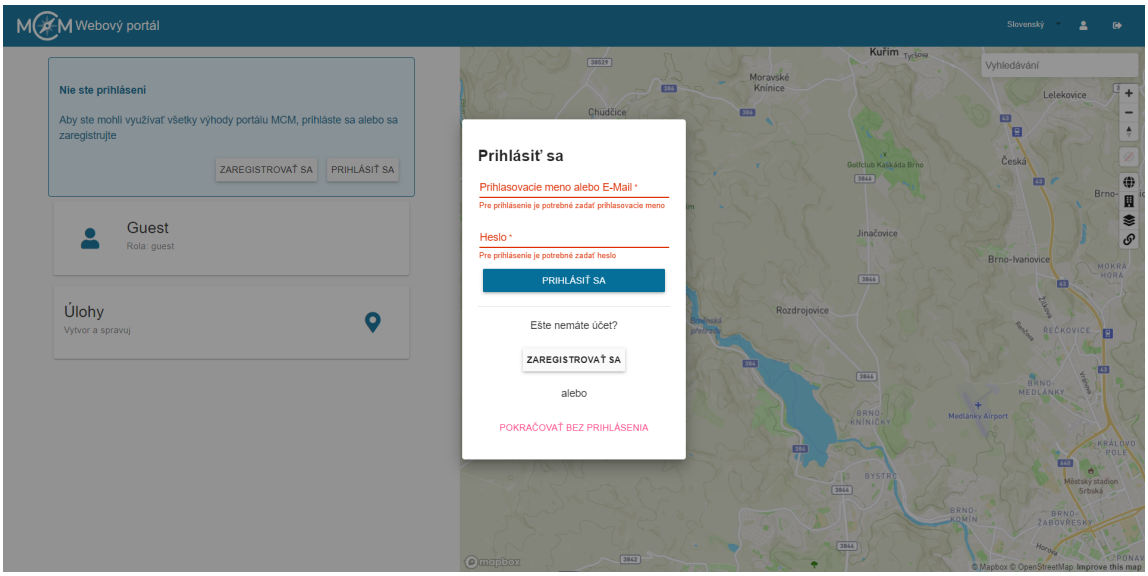
- **Portál** – odkaz k webovému portálu, kde se vytvářejí úlohy a trasy. Podrobná práce v něm je popsána v následujících kapitolách.
- **Návody** – stránka s videonávody k portálu. Videa lze otevřít přes YouTube, dále lze nastavit jazyk titulků. Průvodní slovo k videím je v angličtině. K návodům patří i odkaz na MathJax Tutorial, který využijí uživatelé při tvorbě úloh.
- **Publikace** – seznam různých prací, odborných článků a textů týkajících se projektu MathCityMap. Většina je v němčině a angličtině.
- **Nové** – přehled nejnovějších článků na stránkách, stejný lze vidět již v úvodním náhledu stránky.

2.2 Webový portál MathCityMap

Přes odkaz portál, ať už v úvodním náhledu webových stránek, nebo v boční nabídce, se uživateli otevře svět matematických úloh a tras MathCityMap. Je možné zde úlohy a trasy vytvářet i prohlížet. Portál také umožňuje sdílet s jinými uživateli navzájem vlastní tvorbu. Dále se nabízí možnost digitálních tříd, díky kterým lze zapojit matematické procházky do výuky.

Po načtení se v portálu zobrazí nepřihlášenému uživateli okno s možností přihlášení, či registrace. Pro veškerou tvorbu v portálu je potřeba mít založený účet na stránkách (vše je bezplatné).

Bez přihlášení má uživatel přístup pouze k vytvořeným úlohám, u kterých však nevidí řešení. Při registraci se vyžaduje pouze zadání kontaktní e-mailové adresy a jména, dále si uživatel volí uživatelské jméno a heslo.



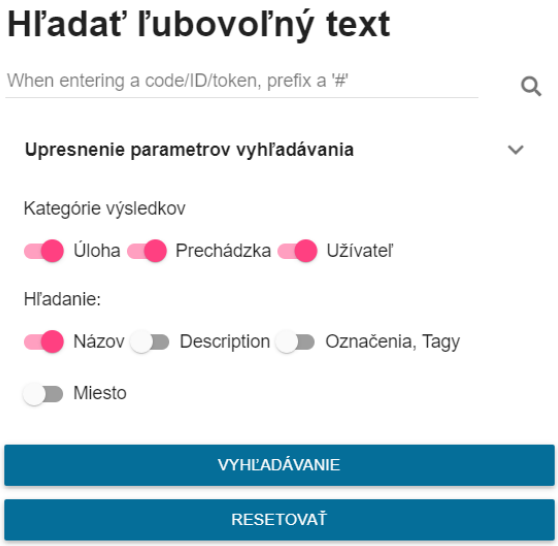
Obrázek 2.2: Možnost přihlášení či registrace v portálu.



Obrázek 2.3: Nabídka v tmavomodrém pruhu v portálu.

Přihlášenému uživateli v portálu se u horního okraje stránky v tmavomodrém pruhu nabízejí po řadě zleva ikony:

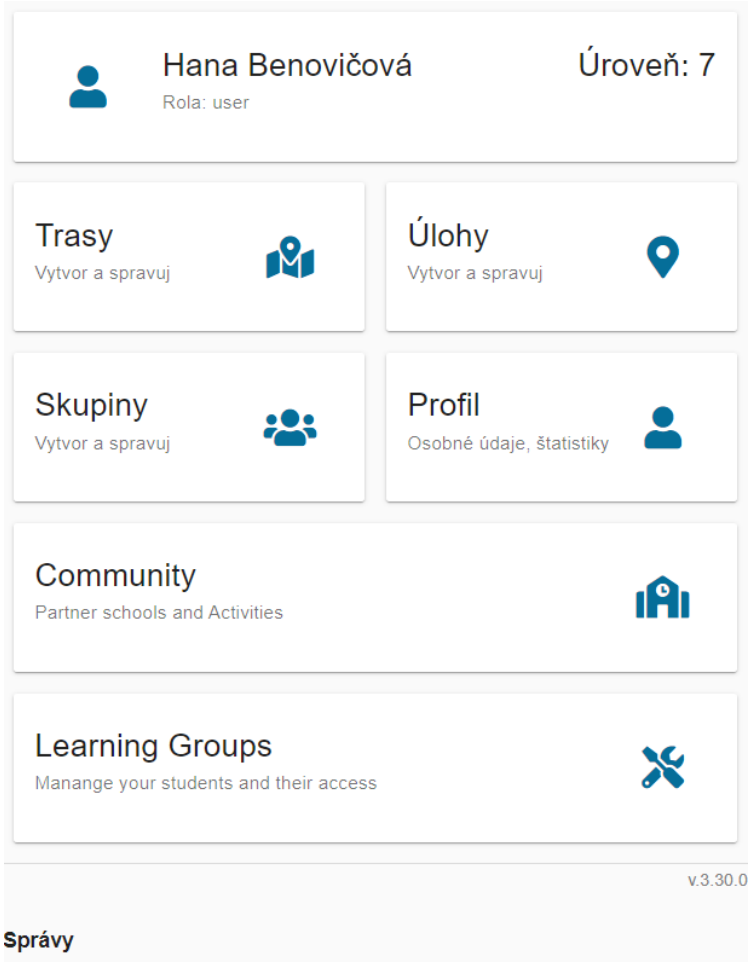
- **Navigace po stránce**. Při kliknutí na tři vodorovné čárky se otevře nabídka týchž položek, jaké po otevření portálu vidíme na levé straně obrazovky (trasy, úlohy, skupiny, profil).
- **Logo MCM**. Odkaz na úvodní stránku webu. Portál se vždy uživatele zeptá, zdali si opravdu přeje portál opustit a vyžádá potvrzení tohoto úkonu.
- **Lupa**. Vyhledávání v portálu nabízí volbu parametrů, lze vyhledávat mezi úlohami, trasami, uživateli. Je možné zvolit i zda uživatel chce vyhledávat podle názvu, popisu, klíčových slov či místa.



Obrázek 2.4: Okno pro vyhledávání v portálu.

- **Oznámení**. Upozornění na zprávy od tvůrců projektu, novou aktivitu v portálu, získané odznaky a další.
- **Jazyk stránky**. Opět se nabízí spousta jazyků, ve kterých může uživatel se stránkou pracovat.
- **Přihlásit/Odhlásit**.
- **Opustit webový portál**. Odkaz na úvodní stránku webu.

V levé části okna se zobrazí jméno uživatele. Pod ním lze nalézt informaci, jaká role uživateli náleží („user“ – uživatel angl., ve videonávodech se můžeme setkat s rolí „admin“), dále je zde napsána dosažená úroveň. Výše úrovně závisí na počtu vytvořených úloh v portálu, celý systém úrovní je však pouze zběžně zmíněn v jednom z videonávodů.



Obrázek 2.5: Úvodní nabídka v portálu.

Pod obdélníkem s uživatelovými údaji se nachází šest ikon:

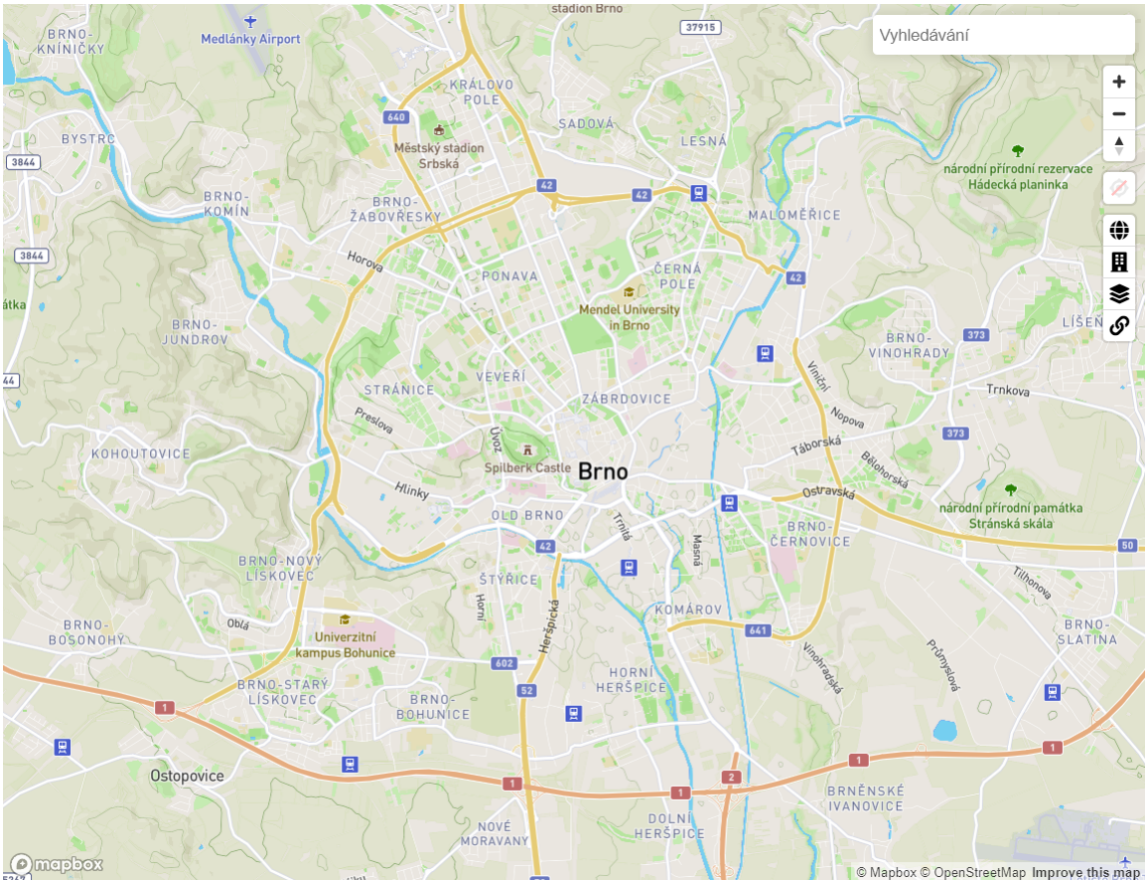
- **Trasy**. Přehled všech tras vytvořených a zveřejněných v portálu, možnost vytvářet své trasy a upravovat vlastní trasy již vytvořené. V jednotlivých vytvořených trasách (veřejných či vlastních) se dále nabízí možnost vytvořit digitální třídu (tato možnost bude dále rozebrána podrobněji).
- **Úlohy**. Podobně jako u tras přehled všech zveřejněných úloh v portálu a i vlastních nezveřejněných.
- **Skupiny**. Prvek umožňující sdílení tras a úloh pomocí jim příslušících kódů s jinými uživateli.
- **Profil**. Náhled uživatelova profilu v portálu. Přehled získaných odznaků, možnost sledovat práci jiných uživatelů, seznam uživatelem vytvořených úloh a tras.

- **Community** (česky komunita). Nový prvek přidaný v březnu tohoto roku umožňuje snazší spolupráci mezi různými školami či institucemi.

- **Learning Groups** (česky učební skupiny). Nový prvek přidaný v dubnu tohoto roku. Lze zde vytvořit skupinu pro studenty, portál podle počtu studentů automaticky vygeneruje příslušný počet přihlašovacích údajů.

Konec levé části je věnován zprávám, které uživateli přicházejí.

Zbylou část stránky zaplňuje mapa. Jedná se o interaktivní mapu, kterou je možno přibližovat, oddalovat a posunovat.



Obrázek 2.6: Interaktivní mapa v portálu.

Nástroje pro ovládání mapy (ikony v pravém horním rohu mapy):

- **Vyhledávání** pomáhá orientaci v mapě. Je možné vyhledat státy, města, obce, ulice, domy podle čísla popisného (při psaní se objeví nabídka možných míst k výběru). Mapa se přesune na uživatelem zadané místo, vybraná lokalita však není nijak označena.

- **Přiblížení** a **oddálení** mapy pomocí ikon plus a minus. Přiblížení lze také provést, pokud se přidrží klávesa Shift a vybere se pomocí podržení pravého tlačítka myši oblast v mapě.

- **Otočit mapu zpět** – orientace mapy lze pomocí držení klávesy Ctrl a tažení myši po obrazovce (přidržení pravého tlačítka myši) změnit, nebo také přidržením levého tlačítka myši. Touto ikonou se vrátí zpět do výchozí pozice.
- **Zobrazení pozice zařízení** lze zapnout, pokud to zařízení umožňuje.
- **Zobrazení celé mapy světa**.
- **3D pohled**, opticky se vytáhnou pouze budovy, což lze vidět pouze při přiblížení ulic.
- **Typ mapy** je možné vybrat ze tří nabízených: streets – výchozí mapa, outdoors – mapa zobrazí vrstevnice a zvýrazní je různými odstíny, satellite-streets – satelitní mapa.
- **Sjednocení mapy a seznamu** lze použít u úloh i tras. Seznam položek v levé části stránky se seřadí podle pozice mapy – zobrazí pouze ty položky, které se nacházejí na výřezu mapy.

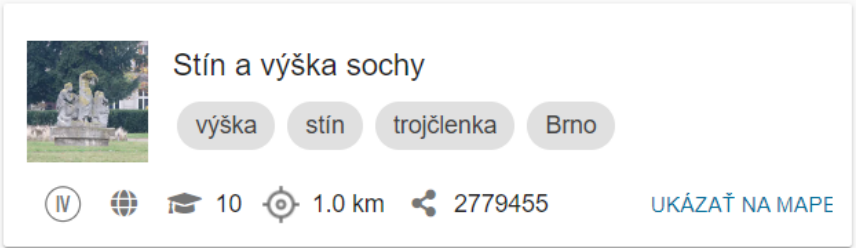
2.2.1 Úlohy

Přehled samostatných úkolů, které byly doposud na stránce vytvořeny a jsou k veřejnému užití, nalezneme v odkazu úlohy v záložce zveřejněné úlohy. S otevřením tohoto odkazu se nejen zobrazí výčet všech úloh v seznamu v levé části, ale i mapa se promění. Každému úkolu náleží v mapě jeden bod (tmavomodrá ikona). Pakliže se v místě nachází vytvořených úloh více, jsou jednotlivé ukazatele nahrazeny kruhem pokrývajícím danou oblast s číslem, které udává počet úloh v oblasti. Kruhy jsou rozděleny barevně podle množství úloh:

- úlohy v řádu jednotek a desítek – zelená barva,
- řádově stovky tras – žlutá barva,
- kolem 800 a více úloh – oranžová barva.

Úlohy je možné seřadit třemi způsoby – od nejnovějších, od nejbližších (nutno povolit portálu přístup k poloze uživatele), podle ročníků (pouze vzestupně).

V záložce moje úlohy má uživatel vlastní vytvořené úlohy. Taktéž je lze seřadit dříve vyjmenovanými způsoby.



Obrázek 2.7: Náhled karty úlohy v seznamu.

Každá úloha je v seznamu zastoupena kartou se stručným shrnutím informací. Kromě úvodního obrázku úlohy, jejího názvu a klíčových slov je v dolní části karty několik ikon popisujících její specifika:

- **Typ řešení** je zapsán v kolečku většinou dvoupísmennou zkratkou (všechny zkratky vycházejí z anglických výrazů). Po najetí kurzorem myši na ikonu se zobrazí celý název typu řešení (v obrázku 2.7 se jedná o zkratku IV značící interval, další zkratky jsou např. EV – přesná hodnota, MC – výběr z více odpovědí).
- **Přístupnost úlohy** značí ikona klíče v případě, že úloha je soukromá, nebo ikona Země v případě, že úloha je publikovaná.
- **Ročník**, od kterého je vhodné úlohu plnit.
- **Vzdálenost úlohy** od aktuální pozice uživatele.
- **Kód úlohy** pro její sdílení se skupinami a jinými uživateli.

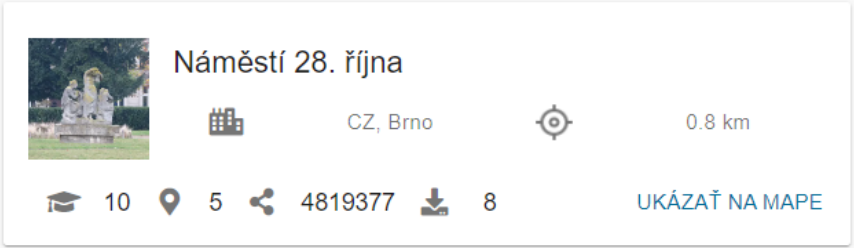
Poslední odkaz *Ukázat na mapě* přesune uživatele na pozici úlohy v mapě, ale úloha se neotevře. Pro otevření formuláře úlohy stačí kliknout na libovolné jiné místo karty.

2.2.2 Trasy

Po otevření odkazu trasy se opět změní mapa. Nyní každý tmavomodrý ukazatel patří jedné trase. Pakliže je v místě více tras, jsou ukazatele nahrazeny barevnými kruhy, které se opět různí barvami:

- trasy v řádu jednotek a desítek – zelená barva,
- řádově stovky tras – žlutá barva,
- kolem 800 a více tras – oranžová barva.

V odkazu trasy nalezneme stejnojmenné záložky jako v odkazu úlohy. Funguje zde i stejný systém řazení tras jako u úloh.



Obrázek 2.8: Náhled karty trasy.

V kartě trasy se nacházejí stejně jako v kartě úlohy ikony specifikující podrobnosti:

- **Město**, u kterého se úloha nachází, a zkratka státu.
- **Vzdálenost trasy** od aktuální pozice uživatele.

- **Ročník**, od kterého je vhodné trasu plnit. Jedná se o nejvyšší z ročníků úloh, které jsou součástí trasy.
- **Počet úloh** v celé trase.
- **Kód trasy** pro její sdílení se skupinami a pro otevření i nezveřejněné trasy v aplikaci.
- **Počet stažení** dané trasy v aplikaci.

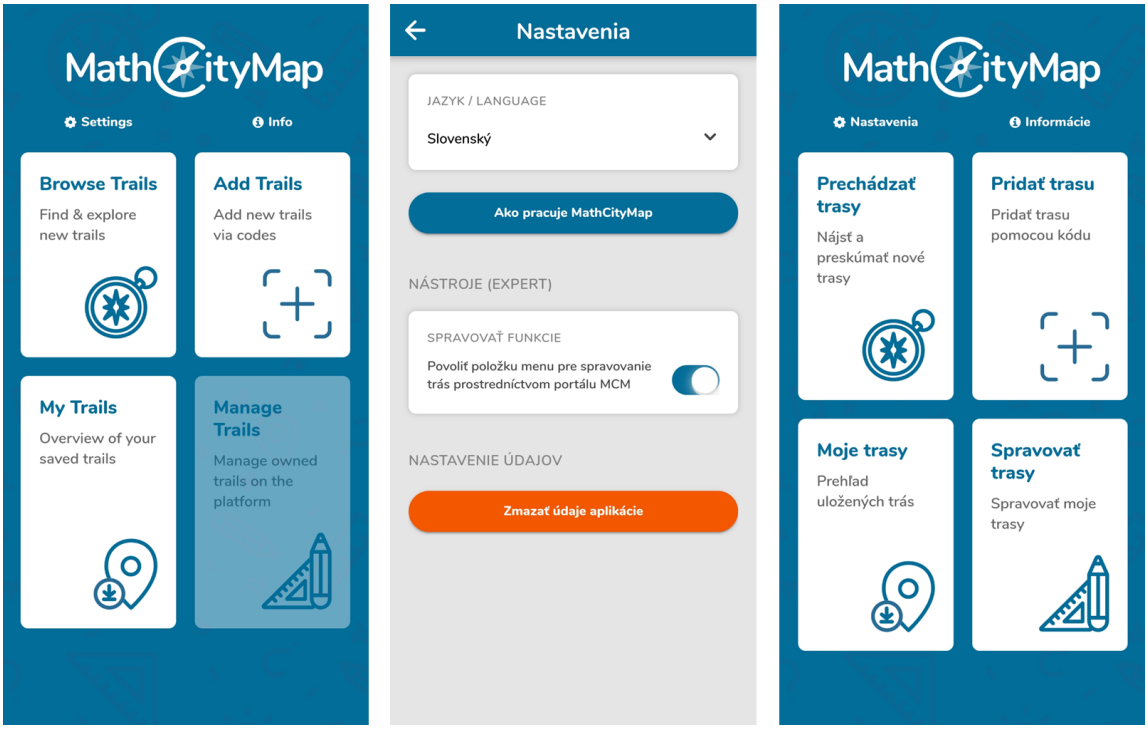
V kartě se nachází ještě tlačítko Ukázat na mapě, kterým lze posunout mapu na místo trasy, ale formulář trasy se neotevře. Pro otevření formuláře je potřeba kliknout kamkoliv na kartu.

2.3 Aplikace MathCityMap

Mobilní aplikace je ke stažení zdarma. Umožňuje přístup k vytvořeným trasám (skrze ně i k jednotlivým úlohám) v portálu.

V aplikaci lze trasy plnit, případně i upravovat. Pro úpravy je nutné zapnout tuto možnost v nastavení aplikace.

Přes nastavení lze taktéž změnit jazyk aplikace (viz obrázek 2.9: vlevo vstupní okno aplikace bez povolené možnosti úprav, uprostřed otevřené nastavení, změna jazyka na slovenštinu a povolení úprav tras v aplikaci přes portál MathCityMap, vpravo úvodní okno, možnost úprav povolena).

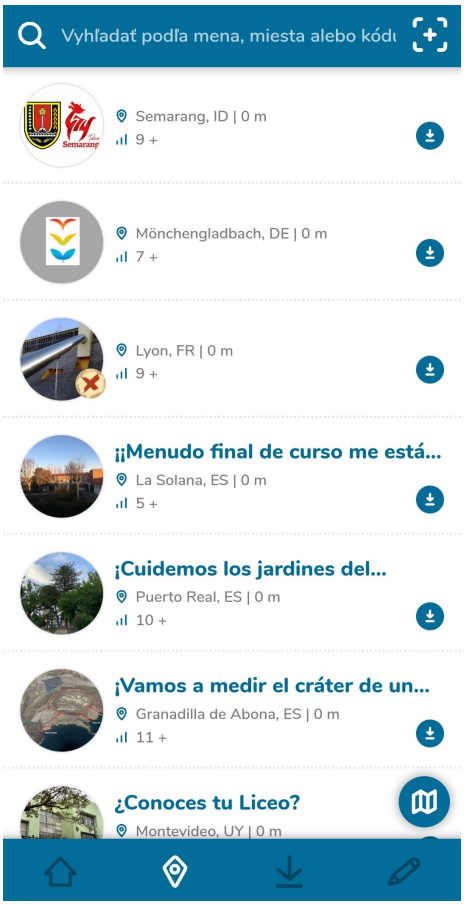


Obrázek 2.9: Úvodní okno aplikace a nastavení.

Zmíněný způsob úpravy tras zde dále rozebírán nebude, jelikož se zde pracuje stejně jako ve webové verzi portálu.

Pro plnění trasy je potřeba si nejprve zvolenou trasu (volí se vybráním v seznamu či na mapě – procházet trasy, nebo zadáním kódu – přidat trasu) stáhnout v aplikaci. Po stažení ji lze plnit pouze s povoleným určováním polohy v zařízení a není nutné připojení k internetu.

Při postupu přes tlačítko procházet trasy se zobrazí seznam tras (viz obrázek 2.10), jejich výčet lze upravit pomocí vyhledávání v horním modrém poli. Lze je najít podle jejich názvu, místa, nebo kódu.



Obrázek 2.10: Seznam tras v aplikaci.

Trasu, kterou si chce uživatel stáhnout do svého zařízení, je potřeba nejdříve v aplikaci otevřít. Poté se zobrazí náhled trasy, informace o délce, pomůcky, stručný popis trasy a možnost stáhnout trasu přes tlačítko v dolním modrém poli.

Po stažení se zobrazí přehled trasy – informace o délce, odhadované době trvání, popis trasy, vyžadované pomůcky, seznam stanovišť. V tuto chvíli může uživatel spustit trasu, zvolí si, jestli chce začít jedním vybraným stanovištěm, a pouští se do plnění úloh.

Kapitola 3

Tvorba úloh a tras

Jak již bylo zmíněno, v aplikaci MathCityMap je možno využívat zveřejněné úlohy a trasy, nebo vytvořit vlastní. V této kapitole bude rozebrán postup tvoření úloh a následně i tras. Také bude nastíněn způsob práce s aplikací pro výuku matematiky s celými třídami.

Při vymýšlení a chystání úkolů je potřeba počítat s nemalou časovou náročností. Vymyslet zadání úkolu, navštívit stanoviště, provést na místě všechna měření a do portálu vložit zadání úlohy i s řešením, nápovědami – to všechno a další úkony k práci v portálu MathCityMap patří.

Aplikace je také vhodná k propojení souvislostí mezi různými vyučovanými předměty. Například můžeme výběrem konkrétní lokality podpořit výuku dějepisu (historická centra), českého jazyka (sochy spisovatelů), hudební či výtvarné výchovy (divadla, plastiky), přírodopisu (parky, památné stromy) aj.

3.1 Úlohy

Po vstupu do portálu zvolí uživatel kliknutím odkaz úlohy. Zde se v pravém horním rohu nachází ikona se znaménkem plus, po kliknutí na ni se objeví tři možnosti pro tvorbu úloh:

1. **Nové úlohy**. Po zvolení této možnosti se načte prostá šablona pro úlohu, která je rozebrána dále v této kapitole. V této šabloně je potřeba vyplnit všechna povinná pole, aby mohla být úloha uložena (pozici, název, zadání, řešení, ročník). Je možné k ní vytvořit podúkoly, kterým však nelze vybrat novou pozici na mapě.

2. **Nový skupinový úkol**. Hlavní úkol nemá formulář pro řešení, lze k němu vytvořit podúkoly se samostatnými pozicemi.

3. **Nový náčrt**. Ve formuláři pro úlohu není pole pro vyplnění řešení. Povinnými poli jsou pouze název úlohy, zadání, pozice na mapě a ročník.

Při vytváření nové úlohy lze využít ikonu **kouzelné hůlky** (pravý horní roh formuláře), kde si tvůrce může vybrat z již předpřipravených úkolů. Nejprve se vybírá téma, od kterého se odvíjí další políčka s volbami. Vzhledem k mnoha možnostem voleb je zde uveden jen jeden náhodný výběr:

Cílem uživatelů je ujít přesně 50 metrů. Na mapě zaznačí pomocí ikon svoji výchozí i cílovou pozici (v zařízení musí být povoleno zjišťování polohy).



Obrázek 3.1: Výběr u předchystané úlohy.

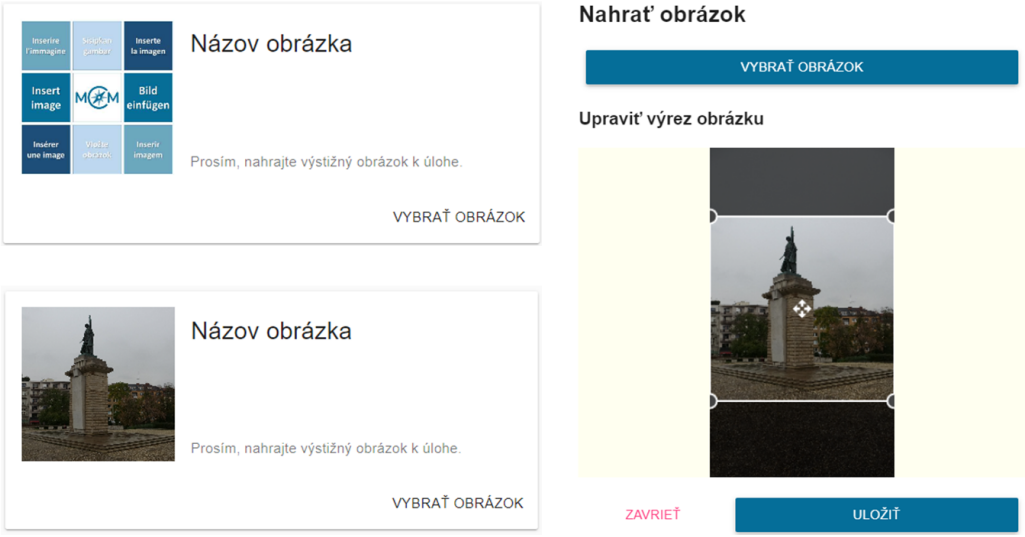
Formulář takto vytvořené úlohy obsahuje všechny nutné aspekty pro uložení úlohy. Vše je možné upravovat.

3.1.1 Obrázek k úloze

Ke každé úloze je nutné nahrát fotografii, která zachycuje místo stanoviště. Uživatelé by podle ní měli být schopni poznat, zda stojí na správném místě, u správného objektu. Při ukládání úlohy musí autor potvrdit, že má na všechny použité materiály autorská práva, proto je lepší na místě pořídit vlastní fotografii.

Úhel pohledu by měl odpovídat místu, kde se úloha řeší. Chceme-li, aby řešitelé počítali plochu dlážděného prostoru pod sochou (jako v úloze 4.1.1), je vhodné na fotografii zachytit nejen sochu, ale i dlážděný prostor (úloha však nesmí být řešitelná z obrázku).

Po nahrání souboru (přes talčítko vybrat obrázek) se autorovi úlohy zobrazí fotografie v náhledu, kde je možné ji ořezat. Jiný než čtvercový výřez není možné použít (portál to neumožňuje). S tímto je potřeba při pořizování fotografie počítat, aby na ní byly zachyceny všechny potřebné aspekty místa.



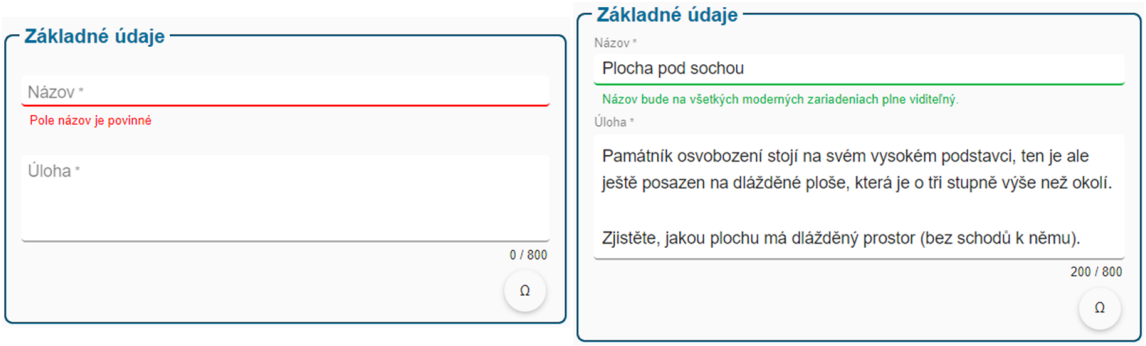
Obrázek 3.2: Vložení obrázku k zadání

3.1.2 Základní údaje

Název úlohy. Měl by být krátký a výstižný. Pokud má úloha delší název, portál autora upozorní na zkrácení textu při zobrazení na menších zařízeních.

Ačkoliv stránky nemají verzi v češtině, není problém se zobrazováním písmen z české abecedy (s diakritikou).

Zadání úlohy. Povolen je maximálně 800 znaků dlouhý text včetně všech symbolů použitých pro sazbu matematiky systémem LaTeX.

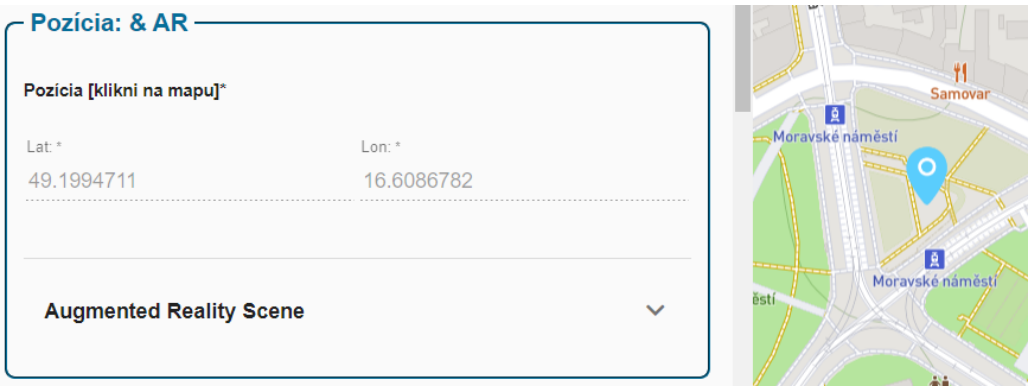


Obrázek 3.3: Základní údaje úlohy.

3.1.3 Pozice

Pro vybrání pozice tmavomodré ikony značící úlohu stačí kliknout na konkrétní místo na mapě. GPS souřadnice se následně automaticky objeví ve formuláři úlohy. Souřadnice není možné vypisovat přímo pomocí numerické klávesnice.

Pozici uživatel nevolí pro dílčí úlohy („subtasks“), pouze pro hlavní úlohu, které se podúkoly týkají.

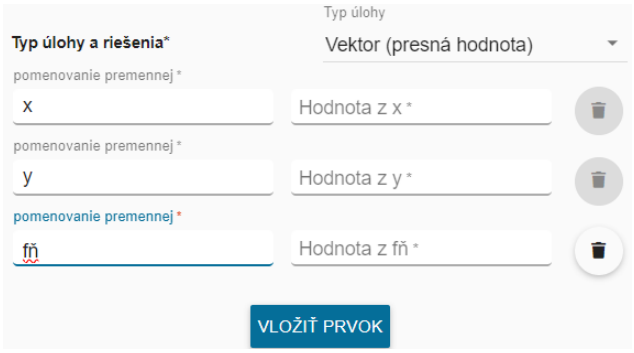


Obrázek 3.4: Výběr pozice úlohy.

3.1.4 Typ odpovědi a řešení

Typ odpovědi volí tvůrce adekvátně podle zadání. Vybírá z deseti nabízených možností:

- **Interval**. Autor volí čtyři čísla jako meze intervalů (viz obrázek 3.6). Dvě ohraničují v aplikaci zelený interval hodnot, které budou označeny jako správné řešení. Další dvě původní interval ještě rozšiřují, hodnoty, které spadají do tohoto rozmezí, budou označeny také jako správné, ovšem s upozorněním na větší odchýlení od hledaného výsledku. Ověření správnosti řešení je zobrazeno třemi různými barvami – zelená (nejblíže ke správnému výsledku), oranžová (akceptovatelné přiblížení ke hledanému číslu), červená (chybný výsledek).
- **Přesná hodnota**. Není uznávána jakákoliv odchylka od výsledku. Je vyžadováno právě jedno číslo.
- **Výběr z více odpovědí**. Autor přiloží k příkladu aspoň dvě možnosti řešení, označí minimálně jednu z nich jako správnou odpověď. Uživatelům se v aplikaci nezobrazuje, kolik odpovědí je možno zvolit.
- **Vyplnit prázdná místa**. U této možnosti se zobrazí bleděmodré pole s návodem pro uživatele (návod je ve zvoleném jazyce stránek). Slova, která mají uživatelé za úkol doplnit, jsou v textu oddělena celkem čtyřmi hvězdičkami – dvě před slovem a dvě za ním (**hledaný výraz**). Místa pro doplnění slov lze také vkládat pomocí ikony s hvězdičkou. V průběhu úprav se autor může podívat, jak bude text s vynechanými místy vypadat, kliknutím na ikonu s okem. Pokud lze uznat na jednom místě různé odpovědi, v prostoru mezi hvězdičkami se slova či slovní spojení oddělí lomítkem (**heslo/hesla**). Lze nastavit míru kontroly pravopisu (lehké, standardní, přesné). V aplikaci posléze po kontrole uvidí uživatelé, které odpovědi byly správně a které byly špatně.
- **Vektor (přesná hodnota)**. Autor úlohy zadává souřadnice vektoru (minimálně dvě, lze přidat další), které má možnost sám pojmenovat. Pro uznání odpovědi jsou vyžadovány přesné hodnoty.



Obrázek 3.5: Příklad řešení s vektorem.

- **Vektor (interval)**. Stejně jako u předchozí varianty lze zadat vektor o alespoň dvou souřadnicích. Pro každou souřadnici zde nastavuje autor krajní hodnoty intervalu, v jehož rozmezí jsou odpovědi brány jako správné.

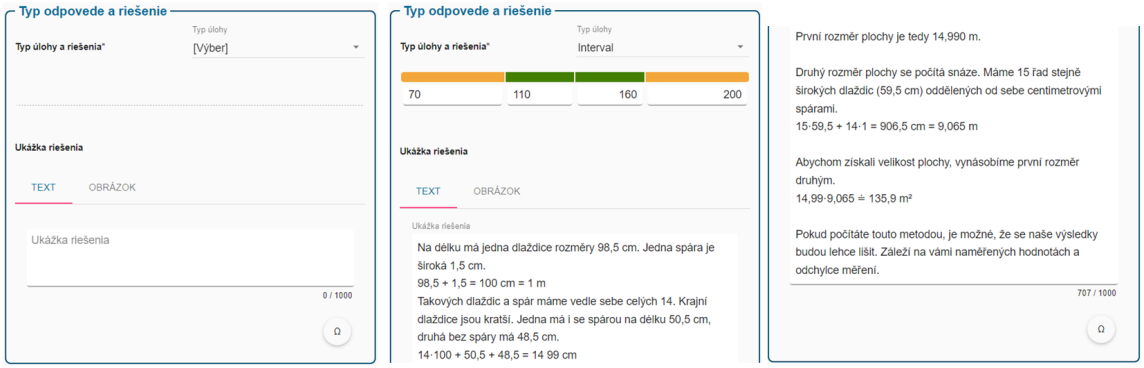
- **Množina**. Zadávají se alespoň dva prvky množiny výsledků. Potrál doporučuje volit tuto možnost například pro hledání nulových bodů kvadratické funkce.
- **Zlomek**. Vkládají se hodnoty pro čitatel a jmenovatel zlomku (pouze čísla, výrazy nejsou povoleny). Lze zvolit i variantu smíšeného čísla. Zlomek by měl být uveden v základním tvaru.
- **Informace**. Pro tento typ odpovědi nevkládá autor žádnou správnou odpověď. Jsou vyžadovány informace o dané situaci nebo o daném prostředí.
- **GPS úloha**. Nelze zvolit přímo. Je potřeba primárně zvolit typ úlohy jako GPS (pomocí kouzelné hůlky, popsáno v začátku této kapitoly). Je zapotřebí v zařízení umožnit zjišťování polohy.

Poznámka – pro zápis desetinných čísel je nutné používat místo čárky tečku.

Ukázka řešení nabízí tvůrci dvě možnosti, jak řešení prezentovat. Je možné i využít obě současně.

První možností je prostý text s možným využitím matematických symbolů pomocí stejného kódování jako v LaTeXu (na webových stránkách projektu je i návod k podporovaným příkazům v kódu – MathJax Tutorial). Pro vkládání matematických symbolů bez nutného kódování je umístěna pod polem pro řešení ve formuláři ikona se symbolem Ω (stejně tak je tomu u nápověd).

Druhým nabízeným prostředkem je obrázek. Soubor s řešením si autor úlohy musí vytvořit sám předem ve svém zařízení. K úloze jej jen nahraje. V portálu lze nahraný obrázek ořezat, ale pouze na čtvercový formát (pokud není provedeno ořezání v portálu, obrázek si zachová svůj původní rozměr).

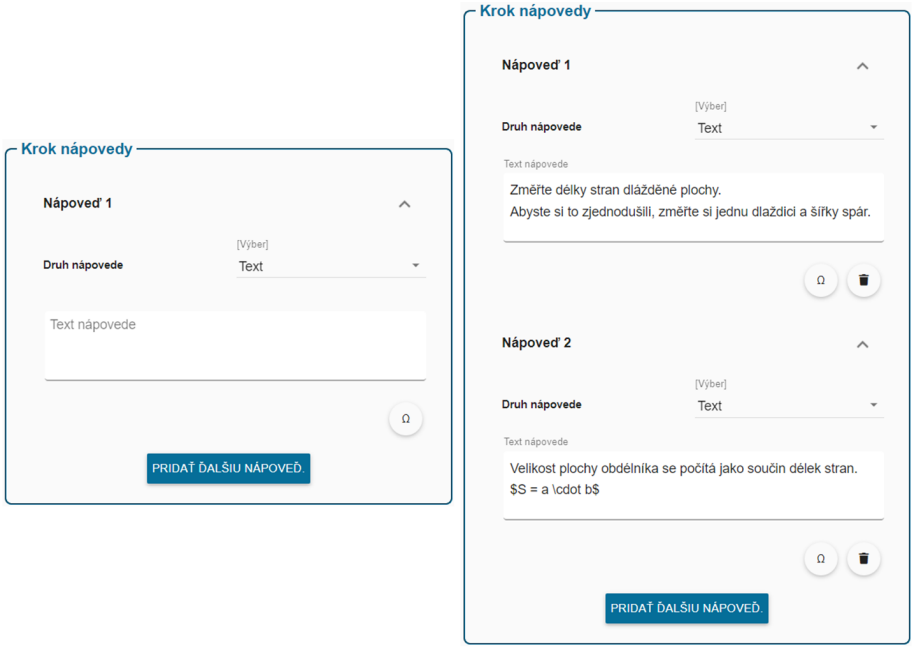


Obrázek 3.6: Vypsaný formulář pro řešení úlohy.

3.1.5 Krok nápovědy

Lze vložit maximálně tři nápovědy ke každé úloze. Formulář úlohy je uznaný jako kompletní, pokud jsou uvedeny alespoň dvě nápovědy.

Nápovědu lze uvést formou textu, obrázku či videa. Nápovědy se svým typem mohou lišit. Nelze měnit pořadí již vytvořených nápověd.



Obrázek 3.7: Ukázka nápověd k úloze.

3.1.6 Metadata úlohy

Nepovinným polem jsou informace **O objektu**. Má-li objekt historický význam, je vhodné jej uvést. Případně lze toto pole využít pro informace týkající se jiných předmětů a využití mezipředmětových vazeb.

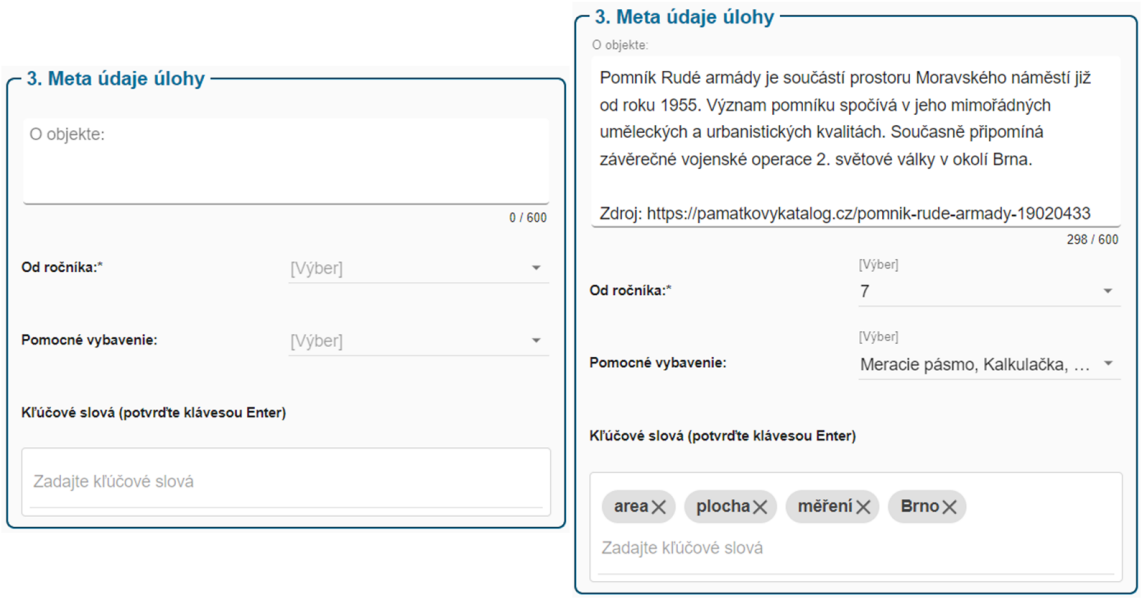
V nabídce **Od ročníku** volí autor mezi čísly 1, 2, ..., 13 (čísla zastupují ročníky od prvního základní školy až po maturitní na středních školách), od kolikáté třídy budou žáci schopni úkol splnit, případně pro který ročník je úkol zamýšlený.

Pomocné vybavení není nutno uvést, pokud k řešení není potřeba více než papír a tužka. Další vybavení je možné vybrat ze seznamu (položky jsou vypsány postupně jako v portálu, primárně ze slovenské verze stránky, pro upřesnění však bylo nahlíženo i do její anglické podoby):

- pravítko s ryskou (v seznamu jako „geografický trojúholník“),
- křída,
- měřicí pásmo (v anglické verzi jako „Measuring tape“, což v překladu značí svinovací metr),
- kalkulačka,
- skládací metr,
- vodováha,
- drát,
- lepicí páska,

- goniometr (v seznamu jako „Goniometria“),
- stopky,
- měřicí kolo (v seznamu uvedeno jako „Trundle Wheel“),
- láhev se známým objemem (v seznamu uvedeno anglicky).

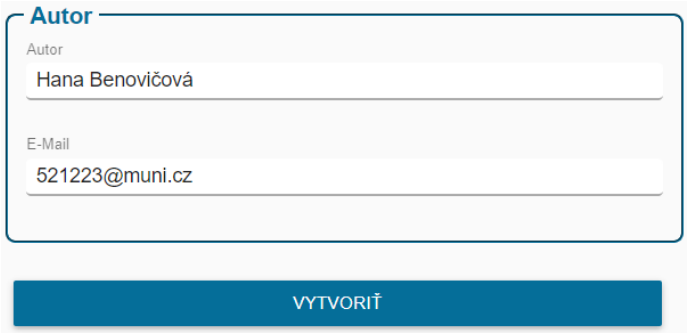
Klíčová slova vystihují aspekty úkolu. Rychlý přehled toho, co může uživatel očekávat při řešení úlohy.



Obrázek 3.8: Metadata úlohy.

3.1.7 Autor

V kolonce **Autor** je předvyplněno jméno účtu uživatele, který úlohu vytváří, stejně tak i jeho **e-mailová** adresa. Oba údaje lze změnit.



Obrázek 3.9: Informace o autorovi.

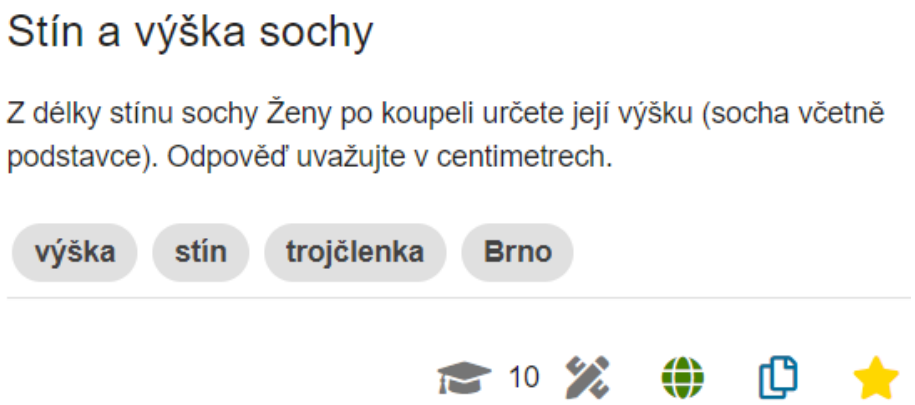
3.1.8 Dílčí úlohy

Po uložení formuláře lze v dolní části karty úlohy přidat dílčí úlohy. Je vhodné je využít, pokud postup vyžaduje velké množství kroků k ověření průběžných výsledků, či jako formu nápovědy s ověřeným výsledkem.

3.1.9 Kopírování úloh

V náhledu formuláře úlohy (mimo režim úprav) si lze všimnout několika ikon pod zadáním úlohy a klíčovými slovy. Ikony shrnují pro který ročník je úloha určena, jaké pomůcky jsou zapotřebí (seznam se zobrazí po umístění kurzoru myši na ikonu), jestli je úloha zveřejněná (ikona klíče – soukromá, ikona Země – publikovaná), možnost **kopírovat úlohu**, hvězdička (kliknutím na ikonu lze úlohu zařadit do oblíbených).

Kopírování úlohy umožní uživateli snazší vytváření úloh. Pakliže například objeví úlohu, která je zajímavá, ale nachází se v jiném městě, může pomocí této ikony vytvořit kopii, kde upraví pozici. Vytvářet kopie lze u vlastních i cizích úloh.

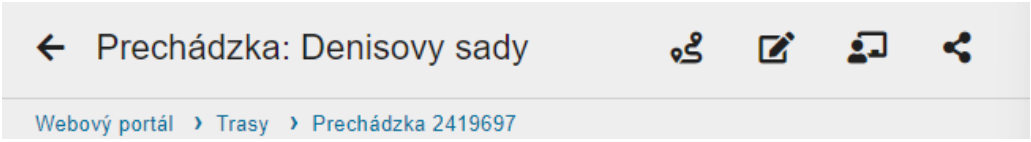


Obrázek 3.10: Ikony v náhledu úlohy.

3.2 Trasy

Novou trasu lze přidat stejně jako novou úlohu kliknutím na ikonu se znaménkem plus po otevření odkazu trasy. Na rozdíl od úloh lze vytvářet jen jeden typ tras, tudíž se zde nenabízí více možností a na stránce se přímo objeví formulář pro trasu.

Některé body postupu se shodují s již popsanou tvorbou úlohy (obrázek k trase, její název a popis, umístění trasy).



Obrázek 3.11: Hlavička po otevření trasy.

Ikony vedle názvu procházky nabízejí možnosti:

- **Upravit seznam úloh**. Po otevření lze v záložce úlohy v trase tažením přesunovat úlohy a tím měnit jejich pořadí. V záložce úlohy v blízkosti lze přidat do trasy úlohy z blízkého okolí trasy.
- **Upravit trasu** umožňuje otevřít formulář s podrobnými informacemi.
- **Digitální třída** umožňuje nastavit jednotné plnění trasy pro skupinu lidí. Více rozebráno v kapitole 3.3.3.
- **Sdílení trasy** s pracovními skupinami vytvořenými v portálu. Uživatel volí skupinu, se kterou chce trasu sdílet.

3.2.1 Obrázek k trase

Obrázek by měl zachycovat místo z trasy. Po nahrání souboru je umožněn pouze čtvercový ořez fotografie.

3.2.2 Základní údaje

Název trasy má stejně jako název úlohy svá omezení. Bude-li příliš dlouhý, nezobrazí se v aplikaci celý.

Obvyklá pojmenování tras se odvíjejí od míst, kudy trasa vede, názvů akcí a projektů, díky kterým byly trasy vytvořeny, či hlavních tematických okruhů úloh v nich obsažených.

O procházce smí tvůrce napsat až 600 znaků.

Pozice trasy. Ač bude trasa později vytyčena jednotlivými úkoly, je zapotřebí kliknutím označit jedno pevné místo v mapě. Stránky doporučují vybrat místo přibližně ve středu plánované procházky.

Informace o státu a městě, poblíž kterého je ukazatel trasy umístěn, se vypíší automaticky. Je možné je manuálně změnit.

3.2.3 Nastavení

Pomocí posuvníků lze zapnout/vypnout některé funkce aplikace.

- **Gamifikace**. V obecném slova smyslu se jedná o využití herních prvků mimo herní prostředí. Zde je to míněno jako zobrazení dosaženého skóre za splněné úlohy. Skóre se zobrazí uživateli, nikoliv autorovi úlohy.
- **Zobrazení vzorového řešení**. Po ukončení úlohy se zobrazí její řešení vytvořené autorem. Pokud je kupříkladu v plánu projít trasu se skupinami žáků, pak je vhodné tuto funkci vypnout.
- **Zobrazení nápověd**.
- **Zpětná vazba**. Je-li funkce aktivována, aplikace předkládá po odeslání výsledků uživatelům zpětnou vazbu o jejich správnosti, v opačném případě jsou výsledky a odpovědi pouze zaznamenány.

- **Vložení odpovědí**. Pokud není zapnuto, uživatelé potvrdí splnění úkolu pouze kliknutím na ikonu „finish“, nevkládají žádné hodnoty.

- **Příběh**. Lze jej změnit až po vytvoření trasy. V současné době je možné zvolit jen jediný – Piráti. Nejedná se ani tak o sledování nějakého příběhu, spíše proběhne změna vzhledu aplikace. Na mapě jsou vyznačeny červené křížky na místech nesplněných úloh. Po splnění se místo nich objeví zelené truhly s pokladem. Body jsou nahrazeny zlaťáky s logem MathCityMap. Všemi úkoly provází uživatele papoušek v pirátském klobouku.

3.2.4 Přidání úloh do trasy

Úlohy je možné přidávat až po uložení trasy, na což portál upozorňuje – před uložením je tato informace na konci stránky, po uložení trasy se před jejím názvem objeví červené pole s tlačítkem pro přidání úloh.

Úlohy lze do trasy přidat pomocí již zmíněného tlačítka, nebo kliknutím na ikonu upravit seznam úloh v šedém poli (viz obrázek 3.11). Autor úlohy vybírá ze zveřejněných a svých (i nezveřejněných) úloh. U každé úlohy, kterou si vybral pro svou trasu, klikne na ikonu zeleného plus, která se v tu chvíli změní na červené X, opětovným kliknutím se promění zpět. Po označení vybraných úloh odsouhlasí uživatel uložení změn na stránce. Pořadí úloh lze dále měnit.

3.2.5 Pracovní listy

V náhledu trasy (mimo režim úprav) pod informacemi o trase se nachází ikony popisující specifika trasy.

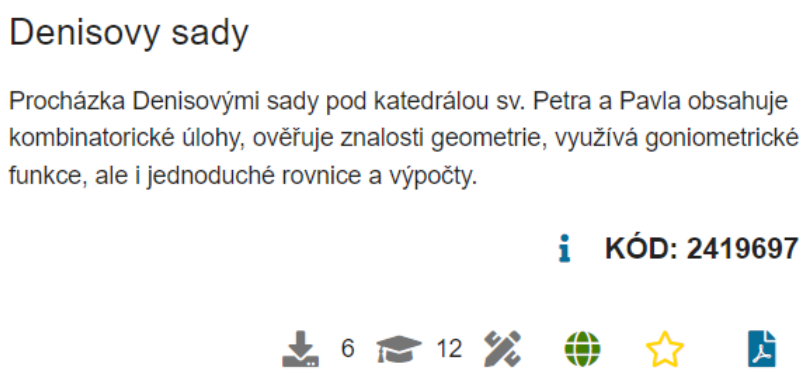
První zprava je uveden počet stažení trasy v aplikaci, dále ročník, pro který je trasa určená, potřebné pomůcky (zobrazí se po umístění kurzoru myši na ikonu), jestli je trasa zveřejněná (ikona klíče – soukromá, ikona Země – publikovaná), hvězdička (kliknutím na ikonu lze trasu zařadit do oblíbených). Poslední ikona umožní stažení dokumentu s jednotlivými příklady v trase (viz Přílohy).

Pro stažení je nutné vybrat jednu z možností:

- **Pracovní list** (přepracovaný) – úvodní strana s názvem trasy, kódem, jménem autora, fotografií a zvoleným datem konání; informace o trase; mapa trasy; jednotlivé úlohy (název, fotografie, zadání, prostor na výpočet s mřížkou, pole na výsledek).

- **Standardní (bez řešení)** – totéž jako pracovní list, na rozdíl od něj neobsahuje mřížku a pole pro výsledek, tento prostor na stránce je prázdný.

- **Doplněné (s řešením)** – vypracovaný pracovní list (například pro učitele) taktéž obsahuje úvodní strany s názvem, informacemi o trase a mapou, dále je u každé úlohy uvedeno řešení (postup i výsledek) a nápovědy.



Obrázek 3.12: Ikony v náhledu trasy.

3.3 Praktické využití aplikace

Již byl popsán způsob tvoření úloh a jejich přidání do tras. Následuje zveřejňování úloh a tras, jejich dostupnost, využití a co si počít v případě, že úloha či trasa ještě zveřejněná není.

3.3.1 Zveřejnění tras a úloh

Pro veřejnost jsou otevřené trasy v aplikaci. Ke zveřejněným trasám se kdokoliv dostane přes jejich název či pozici ukazatele na mapě. Zveřejněné úlohy v aplikaci vidět nelze, plní se pouze trasy.

U úloh i tras funguje jejich zveřejňování na stejném principu.



Obrázek 3.13: Vlevo stav úlohy, vpravo stav trasy.

Formulář musí být **kompletní** – tedy obsahuje všechny požadované prvky.

Viditelnost značí, zda je úloha soukromá, či veřejná. K veřejným úlohám se dostane kdokoliv, soukromé úlohy smí do svých tras přidávat jen jejich autor. Veřejné trasy (a všechny úlohy v nich) smí plnit kdokoliv. Soukromé trasy smí plnit jen uživatelé, kteří znají kód dané trasy.

V **přehledu** se uživateli zobrazí pokyny k tvorbě úloh a procházek, dále také místo pro poskytnutí souhlasu k autorským právům u použitých materiálů. Závěrem lze zažádat o zveřejnění. Pokud formulář nesplňuje požadovaná kritéria, zobrazí se totéž, co v pře-

hledu formuláře – v podobě zelených a červených ikon bude znázorněno, co je a není splněno.

3.3.2 Zpřístupnění neveřejných tras

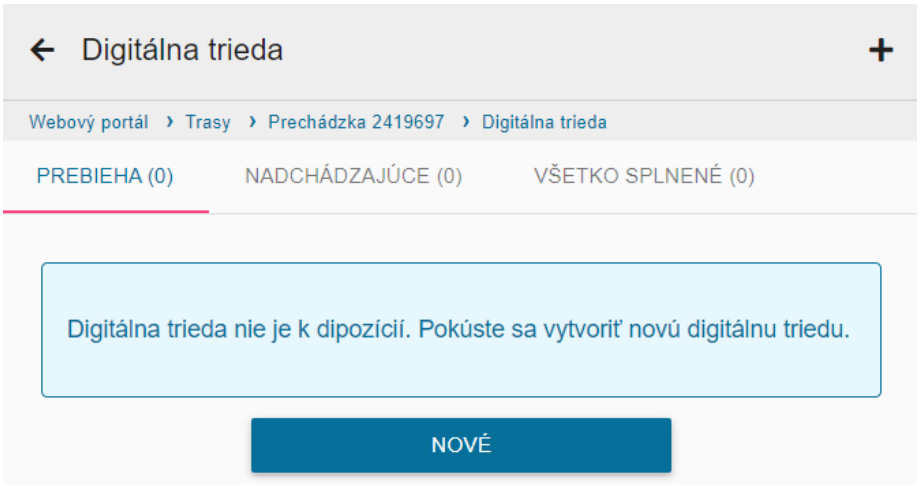
Jak již bylo zmíněno, neveřejné trasy lze plnit, zná-li uživatel jejich kód (viz kapitola 2.3). Následně už může postupovat stejně jako se zveřejněnými trasami – stáhne si vybranou trasu do zařízení a spustí ji.

Neveřejné trasy lze také sdílet se skupinami, či je využít pomocí digitálních tříd.

3.3.3 Tvorba tříd

Pro účely výuky lze v portálu vytvořit online třídy. Neexistuje pro ně samostatná záložka, digitální třída lze vytvořit pro konkrétní již vytvořenou trasu (viz seznam ikon v hlavičce trasy, kapitola 3.2).

Přes ikonu pro tvorbu digitálních tříd v hlavičce karty trasy se otevře prostředí se třemi záložkami – probíhá (vytvořené právě probíhající třídy), nadcházející (naplánované procházky), všechno splněné (vytvořené digitální třídy, které již proběhly).

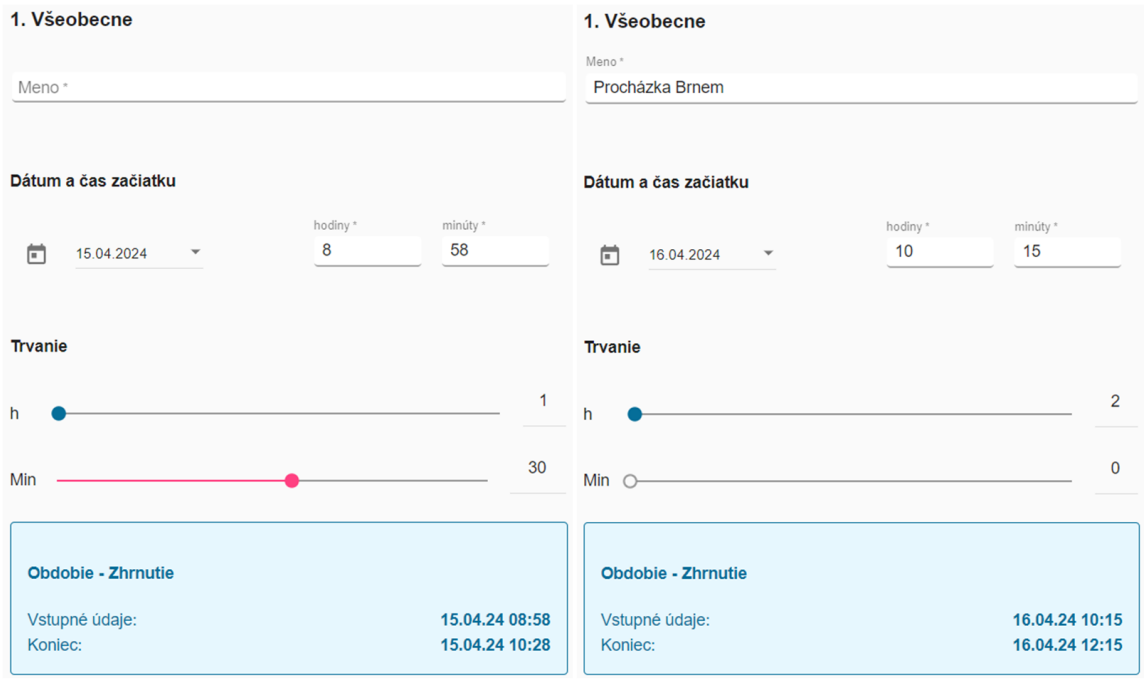


Obrázek 3.14: Digitální třídy – úvodní záložky.

Novou digitální třídu lze vytvořit pomocí ikony plus v pravém horním rohu karty, nebo pomocí tlačítka nové.

Všeobecné úvodní údaje obsahují název procházky (nejsou zde omezení jako u tras a úloh, co se délky týče), datum a čas začátku (datum se volí pomocí kalendáře v nabídce, u času se smí zadávat pro minuty pouze hodnoty dělitelné 5, v jiném případě se automaticky vypíší na původní nastavený počet minut, tedy kolik bylo ve chvíli vytvoření úlohy), trvání (hodiny lze nastavit až na 167, minuty až na 55, i zde lze zadávat minuty pouze jako násobky pěti, při vložení jiné hodnoty se minuty nezapočítají vůbec). V modrém poli je shrnutí časového období pro plnění trasy zadané digitální třídou.

Zprávy píše autor účastníkům dvě: jednu na úvod (účastníci ji uvidí, když se do třídy připojí), druhou na konec organizované procházky (účastníci ji uvidí po vypršení času, či po dokončení všech úloh).



Obrázek 3.15: Digitální třída – všeobecné informace.

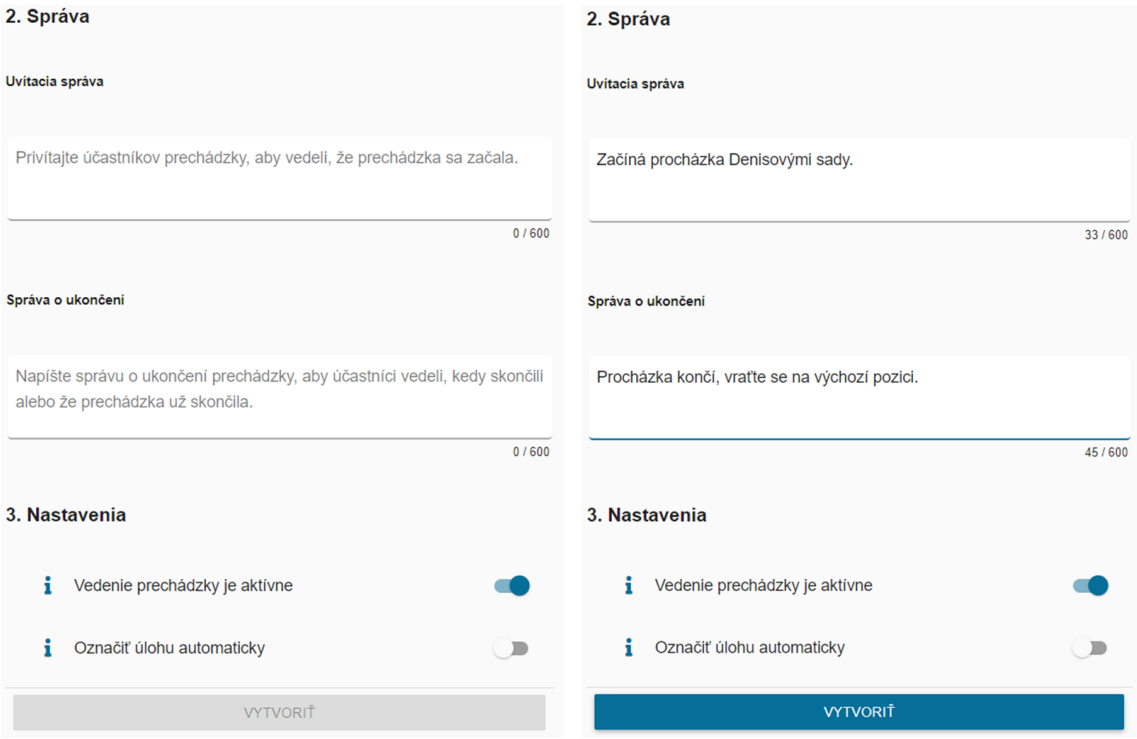
V **nastavení** lze zapnout/vypnout dvě funkce, které tvůrce digitální třídy nastavuje podle zamýšleného účelu procházky kupříkladu v rámci výuky (úvod do nového tématu, opakování probrané látky, soutěž, bodovaná aktivita atd.):

- Funkce „**vedení procházky je aktivní**“ (v angličtině „leaderbord active“) umožňuje účastníkům v aplikaci vidět, kolik bodů získal tým před nimi a kolik tým za nimi. Podporuje soutěživost.
- **Označit úlohu automaticky** (v angličtině „assign tasks automatically“) přiřazuje uživatelům konkrétní pořadí úloh, které musí splnit. Pokud je tato možnost vypnutá, účastníci sami volí úlohu, kterou chtějí začít. Po zapnutí této možnosi se uživateli nabízejí čtyři možnosti: **rostoucí posloupnost** (přiřazuje uživatelům úlohy postupně podle trasy, první skupina začíná první úlohou, druhá druhou atd., pokud počet skupin převyšuje počet úloh, bude se tento způsob přiřazování úloh opakovat znovu), **nejdříve nepárové** (přiřazuje skupinám nejdříve úlohy s lichými pořadovými čísly, poté se sudými), **všichni začínají tou stejnou úlohou**, není však upřesněno, jak jsou uspořádány následující úlohy, **definování uživatele** umožňuje autorovi vybrat úlohy, které bude na trase vyžadovat a může změnit jejich pořadí.

Po vyplnění všech polí formuláře autor úlohy kliknutím na již modré tlačítko vytvořit či aktualizovat (tlačítko je šedé, pokud ve formuláři chybí povinné údaje a vytvořenou třídu v tu chvíli nelze uložit) uloží danou digitální třídu.

Každá digitální třída je otevřená účastníkům již 30 minut před plánovaným začátkem, ale v danou chvíli jim není umožněno otevřít a řešit úlohy v aplikaci.

Do digitální třídy lze vstoupit pomocí kódu (stejně jako u neveřejných tras, ikona plus v pravém horním rohu v seznamu tras). Autor třídy musí uživatelům sdělit kód, pomocí



Obrázek 3.16: Digitální třída – zprávy a nastavení.

kterého jim bude umožněno do vytvořené třídy vstoupit (kód začíná písmenem s, následují čísla, příklad kódu: s128580).

V úvodní půlhodině před začátkem digitální třídy již nelze měnit původní nastavení (včetně časových údajů a nastavení řazení úloh). Již v tuto chvíli se otevírá záložka se seznamem účastníků (uživatelé, kteří se v aplikaci přihlásili kódem k dané třídě).

Další karta obsahuje nastavení:

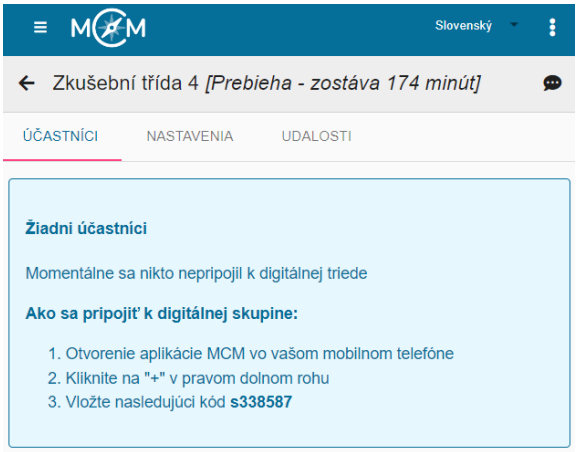
1. **Akce**: poslat zprávu všem účastníkům – poslat hlasovou zprávu, obrázek či prostý text (totéž lze provést pomocí ikony v pravém horním rohu šedého pole); rozšířit – prodloužit dobu konání akce až o 30 minut, tuto akci lze opakovat.

2. **Možnosti**: vyznačit barevně; skrýt uživatele, kteří byli vymazáni; přijímat zprávy – umožní prohlížeči upozorňovat autora třídy na příchozí zprávy od účastníků.

3. **O této digitální třídě**: jméno – název třídy; kód; stav – probíhá/všechno splněné (ukončeno); zbývající čas; datum a čas – původní nastavené datum a čas začátku a konce (i se započítaným prodloužením); uvítací zpráva; zpráva o ukončení; vedení procházky je aktivní; označit úlohu automaticky; mód zadání.

V kartě událostí jsou zaznamenány akce všech uživatelů v aplikaci MathCityMap i se zaznamenaným časem provedených úkonů, ke stejným informacím o jednotlivých týmech se autor trasy dostane přes karty účastníků.

Autor digitální třídy může v portálu v mapě průběžně sledovat pozice všech účastníků, má přehled o jejich získaném skóre. Účastníci musí před začátkem trasy v aplikaci potvr-



Obrázek 3.17: Náhled portálu po spuštění digitální třídy (bez přidaných účastníků).

dit, že jsou si vědomi předávání údajů o poloze. S každým účastníkem lze komunikovat skrze soukromé zprávy (dostupné po otevření karty uživatele).

3.4 Práce v portálu

V předchozích bodech byly popsány jednotlivé body tvorby úloh a tras. Ovšem ne vždy vše funguje dle očekávání.

K celému portálu i k aplikaci jsou na stránkách zveřejněny videonávody. Bohužel jsou vypracovány ve starší verzi portálu, nebo neobsahují úplně vše, co uživatel hledá. Pro základ tvorby jsou dostačující, ale na některé funkce se musí přijít metodou „zkusím – uvidím“, což se často obtížně zkouší. Za zmínku by stál způsob kontroly správnosti úloh – kolik pokusů plnitelé mají, kdy se jim zobrazí odpověď apod.

Při práci v portálu ocení česky mluvící jeho slovenskou verzi, ovšem ta není úplně dokonalá. Některé pojmy nejsou přeloženy, jiné jsou přeloženy s chybami (například angl. „goniometer“ jako slo. „goniometria“). Také nápovědy k funkci různých prvků stránek (ikony s „i“) je vhodné zobrazit si v jiném jazyce pro lepší pochopení – různí se formulace, výjimečně i celý popis funkce (např. u tvorby trasy v nastavení jsou uvedeny různé informace pro funkci vložení odpovědí).

Pakliže uživatel tvoří v portálu novou úlohu/trasu, kterou ještě nemá uloženou, či provádí změny v již vytvořené úloze/trase a bude potřebovat změnit jazyk stránky, je zapotřebí nejprve úlohu/trasu uložit. Jinak budou veškeré provedené změny ztraceny.

Při pořizování fotografie v místě úlohy je sice žádáno, aby místo bylo z fotografie poznatelné, ovšem pokud je úkolem uživatelů spočítat například kolik stromů se na daném místě nachází, fotografie by neměla umožňovat přímé řešení bez nutnosti navštívení místa (tzn. nesmí dojít k situaci, kdy bude úloha řešitelná z fotografie). Portál vyžaduje nutnost navštívit místo úlohy, tudíž neschvaluje úlohy řešitelné z domu.

Bohužel neexistuje legenda k mapě tras a úloh. Ikony lze sice jednoduše chápat, ovšem například ikona s klíčem (pravděpodobně vlastní neveřejná trasa) by zasloužila vysvětlení.

Ikona s šipkou směřující vlevo v levém horním rohu portálu vrátí uživatele o stránku zpět (stejně jako funkce Ctrl+Z). Pro posun kupříkladu z náhledu úlohy do seznamu úloh

je vhodné použít nabídku (tři vodorovné čáry) v levém horním rohu.

Ačkoliv portál po žádosti o zveřejnění úlohy/trasy slibuje, že vše bude vyřízeno do několika dnů, z důvodu nedostatku pracovníků schopných kontrolovat úlohy v češtině může celý proces trvat několik měsíců. V předchozí kapitole bylo popsáno, jak se může kdokoliv dostat k trase, která zveřejněná není – nemusí tedy jít o velký problém.

Prvek digitální třídy byl v rámci vytváření této bakalářské práce vyzkoušen i v praxi, ovšem nastaly problémy s přiřazováním úloh ve vybraném pořadí, dále nesouhlasil počet získaných bodů, které se zobrazily v portálu autorovi digitální třídy – byla nutná následná kontrola u jednotlivých účastníků v aplikaci, kterou měli staženou ve svém zařízení.

Ve vytvořeném pracovním listě pro trasy (viz kapitola 3.2.5) se v úlohách nepřepíší výrazy psané v matematickém módu na prostý text, ale jsou vypsány zadaným kódem.

Kapitola 4

Matematické procházky Brnem

4.1 Trasa 1: Náměstí 28. října

Kód trasy: 4819377.

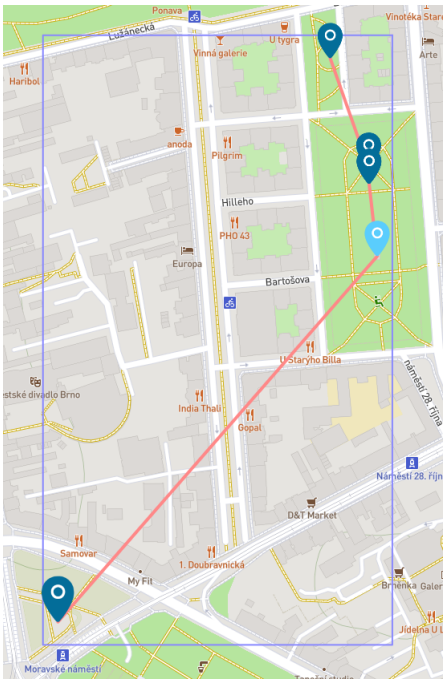
Délka trvání: přibližně 1 hodina a 10 minut.

Trasa je primárně určena žákům prvních ročníků čtyřletých gymnázií a středních škol. Úlohy využívají podobnosti trojúhelníků, Pythagorovu větu, vzorce pro obsah a obvod kruhu a obdélníku.

První stanoviště se nachází na Moravském náměstí. Další tři jsou umístěna v parku na náměstí 28. října. Celá trasa končí ve Vrchlického sadu.

Vhodnými pomůckami pro tuto trasu jsou psací potřeby a papíry pro výpočty, metr, kalkulačka, případně provázky pro znázornění pomocných přímek.

Pro snazší měření je vhodné žáky rozdělit do alespoň dvoučlenných skupin.



Obrázek 4.1: Mapa – trasa Náměstí 28. října.

4.1.1 Plocha pod sochou

Pomník Rudé armády je součástí prostoru Moravského náměstí již od roku 1955. Význam pomníku spočívá v jeho mimořádných uměleckých a urbanistických kvalitách. Současně připomíná závěrečné vojenské operace 2. světové války v okolí Brna.

Zadání: Památník osvobození stojí na svém vysokém podstavci, ten je ale ještě posazen na dlážděné ploše, která je o tři stupně výše než okolí. Zjistěte, jakou plochu má dlážděný prostor (bez schodů k němu).

Nápovědy:

1. Změřte délky stran dlážděné plochy. Abyste si to zjednodušili, změřte si jednu dlaždici a šířky spár.
2. Velikost plochy obdélníka se počítá jako součin délek stran: $S = a \cdot b$.

Řešení: Na délku má jedna dlaždice rozměry 98,5 cm. Jedna spára je široká 1,5 cm.

$$98{,}5 + 1{,}5 = 100\,\text{cm} = 1\,\text{m}$$

Takových dlaždic a spár je vedle sebe celých 14. Krajní dlaždice jsou kratší. Jedna má i se spárou na délku 50,5 cm, druhá bez spáry má 48,5 cm.

$$14 \cdot 100 + 50{,}5 + 48{,}5 = 14\,990\,\text{cm}$$

První rozměr plochy je tedy 14,99 m.

Druhý rozměr plochy se počítá snáze: 15 řad dlaždic širokých 59,5 cm oddělených od sebe centimetrovými spárami.

$$15 \cdot 59{,}5 + 14 \cdot 1 = 906{,}5\,\text{cm} = 9{,}065\,\text{m}$$

Pro získání velikosti plochy se násobí získané rozměry stran.

$$14{,}99 \cdot 9{,}065 \doteq 135{,}9\,\text{m}^2$$

4.1.2 Výška sochy

Památník obětí holokaustu byl na náměstí 28. října postaven 17. 9. 2014. Délka hrany krychle má symbolizovat donekonečna ubíhající utrpení, zatímco stékající voda symbolizuje odpuštění a očištění.

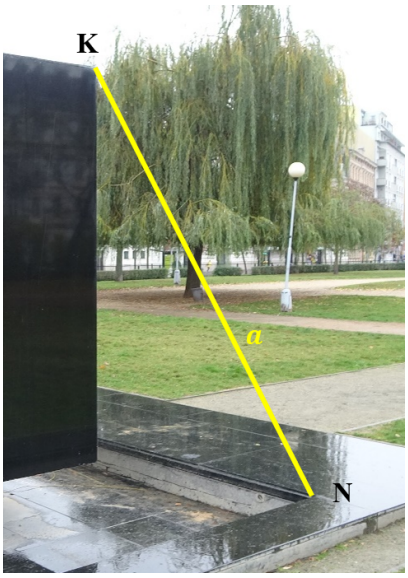
Zadání: Vzdálenost a horního rohu nádrže (označme jej N) od nejbližšího horního vrcholu krychle (označme jej K) je $\sqrt{14{,}0356}$ metrů (viz nápověda 1). Všimněte si, že spodní stěna krychle není ve stejné rovině jako dlážděná plocha okolo nádrže. Nachází se o $p = 20\,\text{cm}$ výše.

Určete délku hrany krychle, která tvoří část památníku obětí holocaustu. Využijte zadané rozměry a pomocí měření zjistěte potřebné údaje. Délku hrany samotné krychle neměřte.

Pro výpočet jsou potřeba přesné hodnoty, proto raději nezaokrouhlujte. Vzdálenost stěny krychle od stěny nádrže je celé číslo v decimetrech.

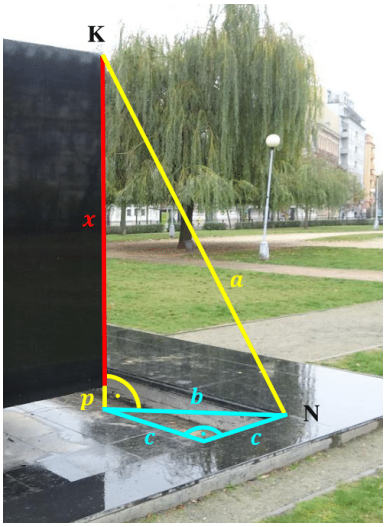
Nápovědy:

1. Nápověda formou obrázku.



Obrázek 4.2: Znázornění zadání v obrázku.

2. Nalezněte pravoúhlé trojúhelníky, se kterými můžete počítat. Pomůckou vám bude zadaná úsečka KN. Považujte ji za přeponu prvního pravoúhlého trojúhelníku.
3. Nápověda formou obrázku.



Obrázek 4.3: Vizualizace pravoúhlých trojúhelníků potřebných k řešení.

Řešení: Úloha využívá Pythagorovu větu. Pro lepší představu popisovaných pojmů se podívejte na obrázek u řešení.

Velký pravoúhlý trojúhelník:
$a =$ přepona = úsečka KN (ze zadání).
$x + p =$ odvěsna = úsečka z bodu K svisle dolů po hraně krychle s pomyslným prodloužením $p = 20\,\text{cm} = 0{,}2\,\text{m}$ ze zadání.
$b =$ odvěsna = úsečka z bodu N vodorovně ke krychli.

Platí:

$$a^2 = (x+p)^2 + b^2$$
$$(x+p)^2 = a^2 - b^2$$

K výpočtu délky hrany krychle x je potřeba znát délku odvěsny b velkého pravoúhlého trojúhelníku. Úsečka b je přeponou malého pravoúhlého trojúhelníku (v nákresu se jedná o modrý trojúhelník). Délka jeho odvěsen c je rovna vzdálenosti stěn krychle od stěn nádrže. Měřením zjistíme: $c = 120\,\text{cm} = 1{,}2\,\text{m}$.

$$b = \sqrt{1{,}2^2 + 1{,}2^2} = \sqrt{2{,}88}\,\text{m}$$

Dosadíme:

$$\begin{aligned}
(x+0{,}2)^2 &= \left(\sqrt{14{,}0356}\right)^2 - \left(\sqrt{2{,}88}\right)^2 \\
(x+0{,}2)^2 &= 14{,}0356 - 2{,}88 \\
(x+0{,}2)^2 &= 11{,}1556 \\
x+0{,}2 &= \sqrt{11{,}1556} \\
x+0{,}2 &= 3{,}34 \\
x &= 3{,}14\,\text{m}
\end{aligned}$$

Délka hrany krychle je 3,14 m, což je zaokrouhlené číslo π. Symbolizuje donekonečna ubíhající utrpení spojené s holokaustem.

4.1.3 Stín a výška sochy

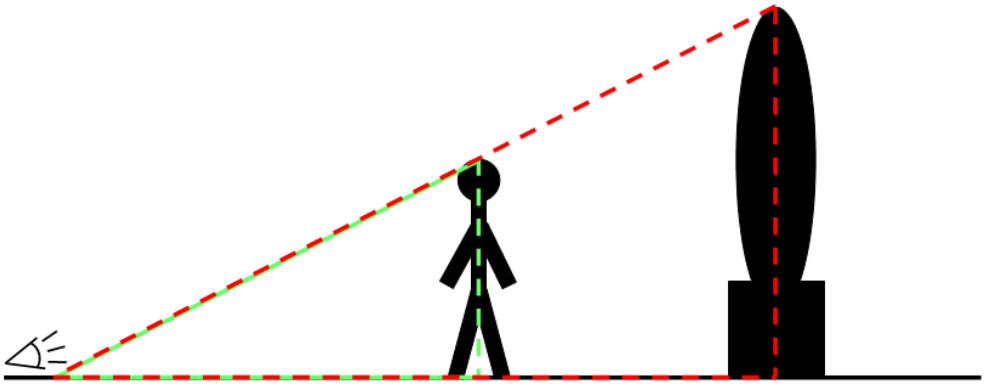
Socha Ženy po koupeli stojí v parku na náměstí 28. října od roku 1960. Její hlavní autorkou je Sylva Lacinová, dále se na tvorbě díla a jeho osazení podíleli Josef Stárek a Lubor Lacina, bratr autorky. Sousoší má podtrhovat ženskost a ukazovat krásu něžného pohlaví v každodenní situaci (podobně jako socha Česající se dívka).

Zadání: Z délky stínu sochy Ženy po koupeli určete její výšku (socha včetně podstavce). Odpověď uvažujte v centimetrech.

Nápovědy:

1. Délka stínu sochy je přímo úměrná jeho výšce. Stejně tak je délka vašeho stínu přímo úměrná vaší výšce.

2. Nápověda pomocí obrázku. Pokud nesvítí slunce, postupujte touto metodou:



Obrázek 4.4: Nákres postupu.

3. Obě metody vycházejí z podobnosti trojúhelníků.

Řešení: Délka stínu sochy: $s_S = 12\,\text{m}$. Délka stínu osoby, která má výšku $v_O = 174\,\text{cm}$, je v ten okamžik $s_O = 6{,}45\,\text{m}$. Výšku sochy označme v_S.

$$\begin{aligned} v_S \ldots s_S &= 1\,200\,\text{cm} \\ v_O = 174\,\text{cm} \ldots s_O &= 645\,\text{cm} \\ \frac{v_S}{1\,200} &= \frac{174}{645} \\ v_S &= \frac{174}{645} \cdot 1\,200 \\ v_S &= \frac{13\,920}{43} \doteq 323{,}7\,\text{cm} \end{aligned}$$

4.1.4 Mezikruží

Květinový záhon se nachází na náměstí 28. října směrem k Vrchlického sadu.

Zadání: Zjistěte obsah (v m^2) cesty, která vede kolem květinového záhonu. Jinými slovy obsah mezikruží mezi vnějším krajem cest a okrajem květinového záhonu.

Nápovědy:

1. Nápověda formou obrázku.



Obrázek 4.5: Zobrazení zadání v první nápovědě.

2. Abychom nemuseli obíhat celý kruh z květin s pravítky či metry, pomůže nám změřit si délku jedné části obrubníku. Následně je potřeba zjistit, kolik takových stejných kusů je kolem záhonu posazených. Zjistíme-li obvod květinového záhonu, umíme pomocí vzorce zjistit jeho poloměr.

3. Když k poloměru květinového záhonu přičteme šířku cesty, zjistíme poloměr většího kruhu. Pokud známe poloměr většího kruhu i poloměr květinového záhonu, jsme schopni spočítat jejich obsahy. Abychom získali obsah mezikruží, stačí od obsahu většího kruhu odečíst obsah kruhu menšího.

Řešení: Pro zjištění obsahu mezikruží je nutno znát obsah většího kruhu, jehož hranici tvoří vnější okraj cest, a obsah malého kruhu, který tvoří květinový záhon.

Pro zjištění obsahu menšího kruhu je potřeba znát jeho poloměr. Bohužel se nedá přímo změřit. Velikost poloměru lze zjistit ze znalosti obvodu záhonu. Záhon ohraničuje 49 obrubníků stejné délky $a = 50\,\text{cm}$ a jeden krátký obrubník délky $b = 31{,}7\,\text{cm}$. Obvod kruhového záhonu: $o_1 = 49 \cdot a + b = 49 \cdot 50 + 31{,}7 = 2481{,}7\,\text{cm} = 24{,}817\,\text{m}$. Poloměr kruhového záhonu: $r_1 = \frac{o_1}{2\pi}$, $r_1 = \frac{24{,}817}{2\pi} \doteq 3{,}95\,\text{m}$.

Šířka cesty, která vede okolo záhonu, je 3 m. Poloměr většího kruhu: $r_2 = r_1 + 3 = 6{,}95\,\text{m}$.

Obsah menšího kruhu: $S_1 = \pi r_1^2 = 15{,}6025\pi\,\text{m}^2$.

Obsah většího kruhu: $S_2 = \pi r_2^2 = 48{,}3025\pi\,\text{m}^2$.

Obsah mezikruží: $S_2 - S_1 = 48{,}3025\pi - 15{,}6025\pi = 32{,}7\pi \doteq 102{,}73\,\text{m}^2$.

4.1.5 Plocha záhonu

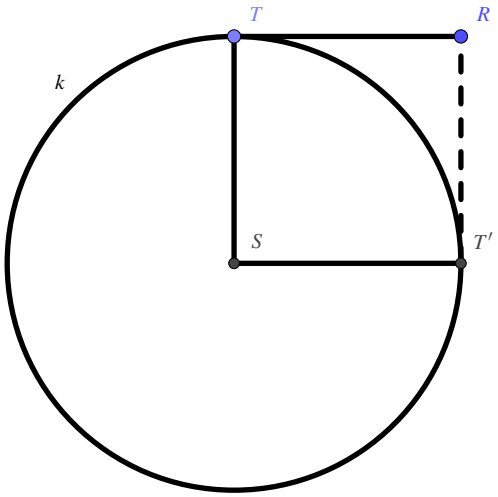
Vrchlického sad je součástí komplexu parků Lužánky a náměstí 28. října. Společně tvoří komplex, který se řadí mezi největší navazující plochy zeleně v Brně.

Zadání: Když se zvětší poloměr květinového záhonu o 20 %, zvětší se plocha záhonu o $2{,}63\pi\,\text{m}^2$?

Nápovědy:

1. Jaký je poloměr samotného kruhového záhonu? Nemusíme metrem zasahovat do záhonu. Ve dvojici vezměte metr, každý jinou stranu. Jeden (T) z vás si stoupne těsně ke kruhovému záhonu (bod dotyku T tečny t), druhý (R) se bude pohybovat od něj ve směru tečny t ke kružnici v bodě T. Jakmile bude stát v pozici, kdy kolmice k t vedoucí R je tečnou kružnice, vzdálenost mezi T a R je velikost poloměru kružnice.

2. Nápověda pomocí obrázku.



3. 20 % z celku lze spočítat jako: $celek \cdot 0{,}2$ nebo $celek \cdot \frac{1}{5}$. Obojí platí, protože $0{,}2 = \frac{1}{5}$.

Řešení: Květinový záhon má poloměr $r_1 = 2{,}5\,\text{m}$.
$20\,\%$ z $2{,}5\,\text{m} = 2{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}5\,\text{m}$
Poloměr zvětšený o $20\,\%$ je $r_2 = 3\,m$.
Obsah kruhu, který tvoří květinový záhon: $S_1 = \pi r_1^2 = \pi \cdot 2{,}5^2 = 6{,}25\pi\,\text{m}^2$.
Obsah kruhu se zvětšeným poloměrem: $S_2 = \pi r_2^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi\,\text{m}^2$.
Rozdíl obsahů kruhů: $S_2 - S_1 = 9\pi - 6{,}25\pi = 2{,}75\pi\,\text{m}^2$.
Správná odpověď: Ne.

4.2 Trasa 2: Denisovy sady

Kód trasy: 2419697.

Délka trvání: přibližně 1 hodina a 15 minut.

Trasa je určena studentům třetích ročníků čtyřletých gymnázií a středních škol. Při řešení úloh jsou nutné znalosti kombinatoriky, goniometrie a planimetrie a je vyžadována práce s textem.

První stanoviště je umístěno na ploše u pomníku Míru, druhé u ptačí fontány, třetí u vyhlídkového místa směrem k hlavnímu nádraží. Čtvrté stanoviště obsahující pět podúkolů se nachází u Kapucínských teras.

Vhodnými pomůckami pro tuto trasu jsou psací potřeby, papíry pro výpočty, metr a kalkulačka, případně provázky pro znázornění pomocných přímek.



Obrázek 4.6: Mapa trasy Denisovy sady.

4.2.1 Úhel mezi cestami

Rozcestí v Denisových sadech pod katedrálou sv. Petra a Pavla.

Zadání: Při řešení této úlohy nepoužívejte úhloměr. Pomůckami vám budou metr, papír, psací potřeby a kalkulačka. Spočtěte úhel mezi cestou vedoucí k pomníku Míru a cestou vedoucí ke kolonádě. Úhel zadávejte ve stupňové míře.

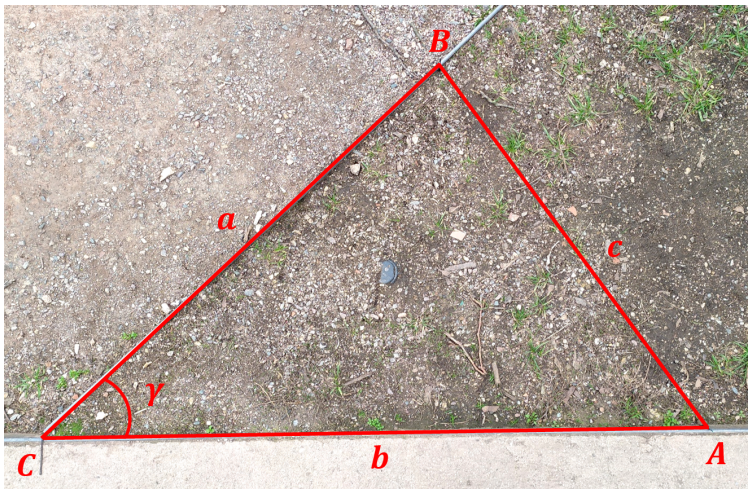
Nápovědy:

1. Zamyslete se nad využitím sinové nebo kosinové věty.

2. Pomozte si vytvořením trojúhelníku, jehož dvě strany budou náležet okrajům cest.

3. Využijte kosinovou větu a znalost tří stran obecného trojúhelníku.

Řešení: Mezi okraji cest si vytvoříme libovolný trojúhelník. Změříme všechny jeho strany a pomocí kosinové věty spočítáme velikost úhlu mezi cestami.



Obrázek 4.7: Náčrt k řešení úlohy Úhel mezi cestami.

Kosinová věta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

Vyjádříme $\cos\gamma$ ze vzorce: $2ab\cos\gamma = a^2 + b^2 - c^2$

$\cos\gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

Zvolený obecný trojúhelník mezi cestami (viz obrázek 4.7) má rozměry: $a = 96\,\text{cm}$, $b = 116{,}5\,\text{cm}$, $c = 84{,}5\,\text{cm}$.

$$\cos\gamma = \frac{96^2 + 116{,}5^2 - 84{,}5^2}{2 \cdot 96 \cdot 116{,}5}$$
$$\cos\gamma = 0{,}699570815$$
$$\gamma \approx 45{,}6^\circ$$

4.2.2 Trojúhelníky

Devět stromů vysazených v pravidelné mřížce se nachází u Ptačí fontány v Denisových sadech pod katedrálou sv. Petra a Pavla.

Zadání: Na ploše vedle Ptačí fontány je vysazeno 9 stromů v pravidelné mřížce. Kolik lze vytvořit trojúhelníků mezi stromy? Nezáleží na pojmenování vrcholů trojúhelníku.

Nápovědy:

1. Abychom vytvořili trojúhelníky, vybíráme trojice stromů, které budou jejich vrcholy.

2. Trojúhelník je tvořen třemi body neležícími v jedné přímce.



Obrázek 4.8: Stromy u Ptačí fontány.

Řešení: Množství trojic, které můžeme z 9 stromů vybrat, je $\binom{9}{3} = 84$.

Od všech možných trojic však musíme odečíst počet takových, kdy jsou vybrané stromy v řadě. (Trojúhelník je tvořen třemi body neležícími v jedné přímce.) Takových možností je 8: 3 řady, 3 sloupce, 2 diagonály.

Celkový počet trojúhelníků je tedy $84 - 8 = 76$.

4.2.3 Po schodech

Schody pod katedrálou sv. Petra a Pavla u vyhlídkového místa směrem k hlavnímu nádraží.

Zadání: Určete, kolika různými způsoby můžete vystoupat schody vedoucí z vyhlídky na vyšší plochu pod křížem, jestliže při jednom kroku lze postoupit nahoru o jeden schod nebo o dva schody.

Nápovědy:

1. Tato úloha lze řešit několika způsoby: graficky (1), pomocí pravidla součtu (2), pomocí rekurentní formule (3).

2. (1) Pro grafické řešení je potřeba si rozkreslit všechny varianty. (2) Pravidlo součtu. Rozmyslete si, jak budou vypadat případy, kdy uděláte krok přes dva schody jednou, dvakrát, třikrát, nebo jej neuděláte vůbec. (3) U hledání rekurentní formule se zamyslete, jak se liší počty možností podle prvního kroku.

3. (1) Grafické řešení. Pokud zvolíte tento způsob řešení, postupujte systematicky, abyste si mohli být jistí, že jste vykreslili všechny varianty. (2) Pravidlo součtu. Sčítáme počet způsobů, jak vyjít schody, pro různé způsoby. Jeden ze způsobů je například: Uděláme dva kroky přes dva schody, vyjdeme tímto způsobem 4 schody. Zbývají 2 schody, které vyjdeme po jednom. Tedy 6 schodů = 2 schody + 2 schody + 1 schod + 1 schod. V tomto výpočtu vystupují 4 sčítance. Na 2 místech budou

dvojky. Vybíráme 2 pozice ze 4, tedy $\binom{4}{2}$. (3) Rekurentní formule. V obecné situaci máme n schodů, které můžeme vystoupat a_n způsoby. Pokud při prvním kroku vystoupáme z n schodů pouze o jeden, zbývá nám $n-1$ schodů. Pokud při prvním kroku vystoupáme o dva schody, zbývá $n-2$ schodů.

Řešení: Úlohu lze řešit graficky, pomocí pravidla součtu a pomocí rekurentní formule.

U grafického řešení si pro názornost zaznačíme vycházení schodů do tabulky. Můžeme jedním krokem vyjít jeden, nebo dva schody. Záleží na pořadí, v jakém kroky děláme.

Znázornění:

$\circ$ . . . krok, při kterém vyjdeme 1 schod

$-$ . . . krok, při kterém vyjdeme 2 schody

Tabulka 4.1: Znázornění jednotlivých řešení úlohy Po schodech.

	1. schod	2.schod	3. schod	4. schod	5. schod	6. schod
1. způsob	$\circ$	$\circ$	$\circ$	$\circ$	$\circ$	$\circ$
2. způsob	-		$\circ$	$\circ$	$\circ$	$\circ$
3. způsob	$\circ$	-		$\circ$	$\circ$	$\circ$
4. způsob	$\circ$	$\circ$	-		$\circ$	$\circ$
5. způsob	$\circ$	$\circ$	$\circ$	-		$\circ$
6. způsob	$\circ$	$\circ$	$\circ$	$\circ$	-	
7. způsob	-		-		$\circ$	$\circ$
8. způsob	-		$\circ$	-		$\circ$
9. způsob	-		$\circ$	$\circ$	-	
10. způsob	$\circ$	-		$\circ$	-	
11. způsob	$\circ$	-		-		$\circ$
12. způsob	$\circ$	$\circ$	-		-	
13. způsob	-		-		-	

Více možností, jak za sebe poskládat kroky o jeden a o dva schody, není.

Při řešení pomocí pravidla součtu budeme na problém nahlížet jako na řešení součtu s výsledkem 6. Potřebujeme vyjít celkem 6 schodů. Kroky můžeme dělat o jeden schod, nebo o dva schody. Rozmysleme, kolika způsoby můžeme sčítáním 1 a 2 dostat výsledek 6.

1. $6 = 1+1+1+1+1+1$
2. $6 = 1+1+1+1+2$
3. $6 = 1+1+2+2$
4. $6 = 2+2+2$

Čtyři možné způsoby, jak sčítáním 1 a 2 dostat 6. Rozlišujeme však případy podle pořadí kroků o jeden a o 2 schody.

1. Existuje pouze 1 způsob, jak za sebe poskládat šest jedniček.
2. Z pěti pozic v součtu vybíráme 1, na kterou umístíme číslo 2. Tedy $\binom{5}{1} = 5$.
3. Ze čtyř pozic v součtu vybíráme 2, na které umístíme číslo 2. Tedy $\binom{4}{2} = 6$.
4. Existuje pouze 1 způsob, jak za sebe poskládat tři dvojky.

Sečteme zjištěné hodnoty pro jednotlivé případy: $1+5+6+1 = 13$.
Schody lze vyjít celkem 13 způsoby, které vyhovují zadání.

Při řešení pomocí rekurentní formule si nejprve označme počet způsobů stoupání po n schodech jako a_n. Těchto a_n možností si ještě můžeme rozdělit do dvou kategorií:

1. prvním krokem vystoupáme o 1 schod výše,
2. prvním krokem vystoupáme o 2 schody výše.

V prvním případě zbývá $n-1$ schodů, které lze vystoupat právě a_{n-1} způsoby. Ve druhém případě zbývá $n-2$ schodů, které lze vystoupat právě a_{n-2} způsoby.
Platí tedy: $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$.
Jeden schod lze vyjít pouze jedním způsobem, tedy $a_1 = 1$. Dva schody lze vyjít dvěma způsoby: dva kroky po jednom schodu, nebo jeden krok přes dva schody, tedy $a_2 = 2$.
Nyní postupně dopočítáme a_6 ze znalosti rekurentní formule a prvních dvou členů posloupnosti.

$$\begin{aligned} a_3 &= 1+2 = 3 \\ a_4 &= 2+3 = 5 \\ a_5 &= 3+5 = 8 \\ a_6 &= 5+8 = 13 \end{aligned}$$

Odpověď: Schody lze vyjít právě 13 způsoby.

4.2.4 Šifra

Deska s básní Jana Zahradníčka (17. ledna 1905, Mastník – 7. října 1960, Vlčatín).

Zadání: Vyřešte dílčí úlohy („subtasks“). Zapisujte si postupně jejich výsledky.
Dvouciferná čísla jsou kódy šifry. Pro rozšifrování vám pomůže deska s verši Jana Zahradníčka v uličce Václava Havla.

Nápovědy:

1. Jednotlivá dvouciferná čísla odpovídají písmenům z desky s básní.
2. První číslo (na pozici desítek) vždy značí, na kolikátém řádku se vyskytuje hledané písmeno.

3. Druhé číslo (na pozici jednotek) značí pozici písmene od kraje daného řádku.

Podúkol 1: Jaká je odpověď na všechno?

Nápovědy:

1. Otázka odkazuje na knihu britského spisovatele Douglase Adamse.
2. Otázka odkazuje na sérii knih Stopařův průvodce po Galaxii.
3. Neznáte-li autora ani knihu, následující rovnice vám napoví, jaké číslo je odpovědí na všechno: $\frac{\sqrt{x}-3}{7-4} = \frac{7+4}{\sqrt{x}+3}$.

Podúkol 2: Výsledné číslo je součinem 2 lichých čísel, která se liší o 2. Větší z čísel je prvočíslem, menší z obou čísel je druhou mocninou jednociferného prvočísla. Součet těchto čísel je 20.

Nápovědy:

1. Zamyslete se, které údaje ze zadání jsou pro výpočet důležité.
2. Rozdíl a součet hledaných dvou čísel jsou podstatné pro výpočet.

Podúkol 3: Na ploše Kapucínských zahrad u Lavičky Václava Havla je mnoho bíle natřených laviček. Spočtěte, z kolika bílých dřevěných hranolů se skládá lavička. Od výsledného čísla odečtěte 1.

Nápovědy:

1. Spočtěte bílé hranoly, ze kterých se lavička skládá.
2. Počet hranolů na lavičce si můžete zkontrolovat tak, že spočítáte hranoly na více lavičkách. Tím vyloučíte chybu s rozbitými lavičkami.



Obrázek 4.9: Lavička u Kapucínských teras.

Podúkol 4: Pomocí informací z tabule Kapucínská terasa II. a III. spočtěte následující příklad:
(rok požáru původního kapucínského kláštera) : [(polovina čísla měsíce, kdy byli kapucíni přinuceni z Brna odejít) · století, od kterého náleží kapucínské terasy klášteru + 1] + 1

Nápovědy:

1. Nahraďte si text v příkladu písmeny značící jednotlivé hodnoty. Například:
   a = rok požáru původního kapucínského kláštera,
   b = polovina čísla měsíce, kdy byli kapucíni přinuceni z Brna odejít,
   c = století, od kterého náleží kapucínské terasy klášteru.
2. $\frac{a}{b \cdot c+1} + 1$
3. Dejte si pozor na pořadí jednotlivých operací. Násobení a dělení má přednost před sčítáním a odčítáním.

Podúkol 5: Vedle desky s básní Jana Zahradníčka je i deska s verši Ivana Blatného. Zjistěte, ze kterého roku je sbírka básní Melancholické procházky. První dvě cifry roku považujte za dvouciferné číslo a vynásobte jej postupně třetí a čtvrtou cifrou. Výsledkem je poslední hledané číslo.

Nápovědy:

1. Rok je uveden na desce.
2. První dvě cifry chápané jako dvojciferné číslo jsou například: z čísla 2589 cifry 2 a 5 jsou první dvě, chápeme-li je jako dvouciferné číslo, je to 25 (dvacet pět).

Řešení: Nejprve je potřeba vyřešit všech pět podúkolů.
Podúkol 1: Úloha odkazuje na populární sci-fi román Stopařův průvodce po Galaxii, jehož autorem je britský spisovatel Douglas Adams. V knize se hledá odpověď na základní otázku Života, Vesmíru a vůbec. Odpověď na tuto otázku je 42.

Podúkol 2: Ze zadání nám postačí dvě informace: hodnoty rozdílu a součtu dvou čísel, jejichž součin je námi hledané číslo. Hledáme dvě lichá čísla x_1, x_2, která se liší o 2 a jejichž součet je 20.

$$x_1 - x_2 = 2$$
$$x_1 + x_2 = 20$$

Tyto dvě rovnice sečteme a dostaneme:

$$2x_1 = 22$$
$$x_1 = 11$$

Odtud vyplývá: $x_2 = x_1 - 2 = 11 - 2 = 9$. Hledanými čísly pro součin jsou 11 a 9. Výsledné číslo je: $11 \cdot 9 = 99$.

Podúkol 3: Lavička se skládá z 18 dřevěných hranolů. Odečteme od 18 jedničku. Výsledné číslo je 17.

Podúkol 4: Vyhledáme hodnoty ze zadání na tabuli:
Rok požáru původního kapucínského kláštera = 1645.
Polovina čísla měsíce, kdy byli kapucíni přinuceni z Brna odejít – hledaným měsícem je duben $= \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$.
Století od kterého náleží kapucínské terasy klášteru = 17.

Zjištěná čísla dosadíme do rovnice ze zadání:

$$\begin{aligned}(1645) : \left[\left(\tfrac{1}{2} \cdot 4\right) \cdot 17 + 1\right] + 1 = \\ = 1645 : [34 + 1] + 1 = \\ = 1645 : 35 + 1 = \\ = 47 + 1 = \\ = 48\end{aligned}$$

Podúkol 5: Sbírka básní Melancholické procházky je z roku 1941. První dvě cifry jako dvouciferné číslo = 19. Výpočet: $19 \cdot 4 \cdot 1 = 76$.

Po vyřešení všech pěti podúkolů je možné řešit úvodní úkol. Jednotlivá dvouciferná čísla odpovídají písmenům z desky s básní.

První číslo (na pozici desítek) vždy značí, na kolikátém řádku se vyskytuje hledané písmeno. Druhé číslo (na pozici jednotek) značí pozici písmene od kraje daného řádku.

První číslo = 42, druhé číslo = 99, třetí číslo = 17, čtvrté číslo = 48, páté číslo = 76.

Písmena vyznačená na desce viz obrázek.



Obrázek 4.10: Vyznačená písmena z šifry na desce s básní.

Odpověď: EULER

Závěr

Cílem bakalářské práce bylo předložit čtenáři základní informace o projektu MathCityMap a následně vytvořit praktickou ukázku matematické procházky Brnem. Celý postup tvorby úloh a tras je okomentován.

Práce byla napsána, aby mohla sloužit jako návod učitelům, proto byla uvedena (byť stručně) i funkce digitálních tříd, která pomáhá učiteli mít přehled o dosažených výkonech studentů a o jejich aktuálním pohybu na trase.

V první kapitole je zmíněno několik projektů tematicky se dotýkajících matematických procházek. Popsán je i samotný projekt MathCityMap – jak vznikl, nynější fungování projektu, výhody pro učení matematiky. Samostatný oddíl je věnován i matematickým procházkám v České republice (procházky v portálu, ale i mimo něj, projekt MaZlík).

Druhá kapitola popisuje prostředí webových stránek projektu, dále podává čtenáři návod k práci v portálu (popis jednotlivých funkcí ikon a odkazů, práce s interaktivní mapou). Speciálně se věnuje popisu tras a úloh (seznamy tras a úloh, karty s ikonami). Závěrem je popsána aplikace MathCityMap a otevření trasy v ní.

Podrobně rozebraná tvorba úloh a tras v portálu je ve třetí kapitole. Všechny aspekty formulářů pro úlohy a trasy jsou popsány a okomentovány i s obrázky z portálu pro názorné ukázky funkcí čtenáři. U úloh jsou podkapitoly věnované tvorbě dílčích úkolů a kopírování úloh. Stejným způsobem je v závěru tvorby tras zmíněna možnost stažení pracovních listů. Následně je jeden oddíl věnován praktickému využití aplikace – jak zařídit, aby si vytvořenou trasu mohl kdokoliv z uživatelů v aplikaci stáhnout (zveřejnění tras a možné otevření trasy pomocí kódu), a pro učitele důležitá pomůcka, která usnadní zařazení matematických procházek do výuky – digitální třídy (tvorba, spuštění v aplikaci). Konec třetí kapitoly je věnován práci v portálu. Čtenář zde nalezne doporučení k tvorbě získaná vlastní zkušeností (při vytváření tras v rámci této bakalářské práce). Také jsou zmíněny různé problémy s aplikací či portálem a obtíže z tvorby, se kterými je nutno počítat. Vzhledem k neustálému vývoji webové stránky je možné, že zmíněné problémy již byly vyřešeny, ovšem je vhodné se seznámit s jejich možným výskytem.

Čtvrtá kapitola provází dvěma trasami Brnem. První trasa Náměstí 28. října je určena pro studenty prvního ročníku gymnázií a středních škol. Tematické okruhy v první trase v zásadě opakují vědomosti ze základní školy (Pythagorova věta, vzorce pro obvody a obsahy rovinných těles, podobnosti trojúhelníků, trojčlenka, poměry, počítání s iracionálními čísly). Druhá trasa Denisovy sady, která obsahuje úlohy náročnější (kombinatorické, úlohy s goniometrickými funkcemi), ale i opakuje základní dovednosti (jednoduché slovní úlohy, práce s textem, lineární rovnice), cílí na třetí ročníky gymnázií a středních škol. První trasa obsahuje pět úloh, druhá čtyři, ovšem poslední úloha z druhé trasy obsahuje pět podúkolů. Všechny úlohy obsahují zadání, tři nápovědy a vzorové řešení.

Přílohy

Náměstí 28. října

Code: 4819377

Hana Benovičová



23.04.24

PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

Informácie o tejto trase

Počet úloh:	5
Očakávaná dĺžka trvania:	~ 01 h 10 min
Dĺžka:	~ 0.7 km
Odporúčané pre ročník:	10
Odporúčané pomôcky:	• Kalkulačka • Meracie pásmo • Skladací meter
Označenia, Tagy:	area, plocha, měření, Brno, obvod, obsah, poloměr, kruh, mezikruží, kružnice, pythagorova věta, trojúhelníky, krychle, výška, stín, trojčlenka, procenta, obsah kruhu

Trasa je primárně určena žákům prvních ročníků čtyřletých gymnázií a středních škol. Úlohy využívají podobnosti trojúhelníků, Pythagorovu větu, vzorce pro obsah a obvod kruhu a obdélníku. První stanoviště se nachází na Moravském náměstí. Další tři jsou umístěna v parku na náměstí 28. října. Celá trasa končí ve Vrchlického sadu. Vhodnými pomůckami pro tuto trasu jsou psací potřeby a papíry pro výpočty, metr, kalkulačka, případně provázky pro znázornění pomocných přímek.


Luzanecky park
Luzanecka
Drobneho
Antonina Slavika
Kunzova
Lidicka
trida Kapitana Jarose
Jerabkova
namesti 28. rijna
Kudelova
Traubova
Telocvicna stredni prumyslova skola stavebni Kudelova
Milady Horakove
Pricni
Prikop
Masova
Park Koliste
Koliste
Moravske namesti
Bratislavska
Urazova
Wiking Gold Team
1
2
4
5

1. Úloha: Plocha pod sochou



Úloha

Památník osvobození stojí na svém vysokém podstavci, ten je ale ještě posazen na dlážděné ploše, která je o tři stupně výše než okolí.

Zjistěte, jakou plochu má dlážděný prostor (bez schodů k němu).

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Hana Benovičová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

2. Úloha: Výška sochy



Úloha

Vzdálenost a horního rohu nádrže (označme jej N) od nejbližšího horního vrcholu krychle (označme jej K) je $\sqrt{14,0356}$ metrů (viz Nápověda 1). Všimněte si, že spodní stěna krychle není ve stejné rovině jako dlážděná plocha okolo nádrže. Nachází se o $p = 20\,cm$ výše.

Určete délku hrany krychle, která tvoří část památníku obětí holocaustu. Využijte zadané rozměry a pomocí měření zjistěte potřebné údaje. Délku hrany samotné krychle neměřte.

Pro výpočet jsou potřeba přesné hodnoty, proto raději nezaokrouhlujte.
Vzdálenost stěny krychle od stěny nádrže je celé číslo v decimetrech.

Výpočet:

A) ☐ 3,11 m

B) ☐ 3,14 m

C) ☐ 3,21 m

D) ☐ 3,33 m

Výsledok

Autor: Hana Benovičová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

3. Úloha: Stín a výška sochy



Úloha

Z délky stínu sochy Ženy po koupeli určete její výšku (socha včetně podstavce). Odpověď uvažujte v centimetrech.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Hana Benovičová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

4. Úloha: Mezikruží



Úloha

Zjistěte obsah (v m²) cesty, která vede kolem květinového záhonu. Jinými slovy obsah mezikruží mezi vnějším krajem cest a okrajem květinového záhonu.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Hana Benovičová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

5. Úloha: Plocha záhonu



Úloha

Když se zvětší poloměr květinového záhonu o $20\,\%$, zvětší se plocha záhonu o $2,63\pi\,m^2$?

A) ☐ ANO

B) ☐ NE

Výpočet:

Výsledok

Autor: Hana Benovičová

PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

Denisovy sady

Code: 2419697

Hana Benovičová



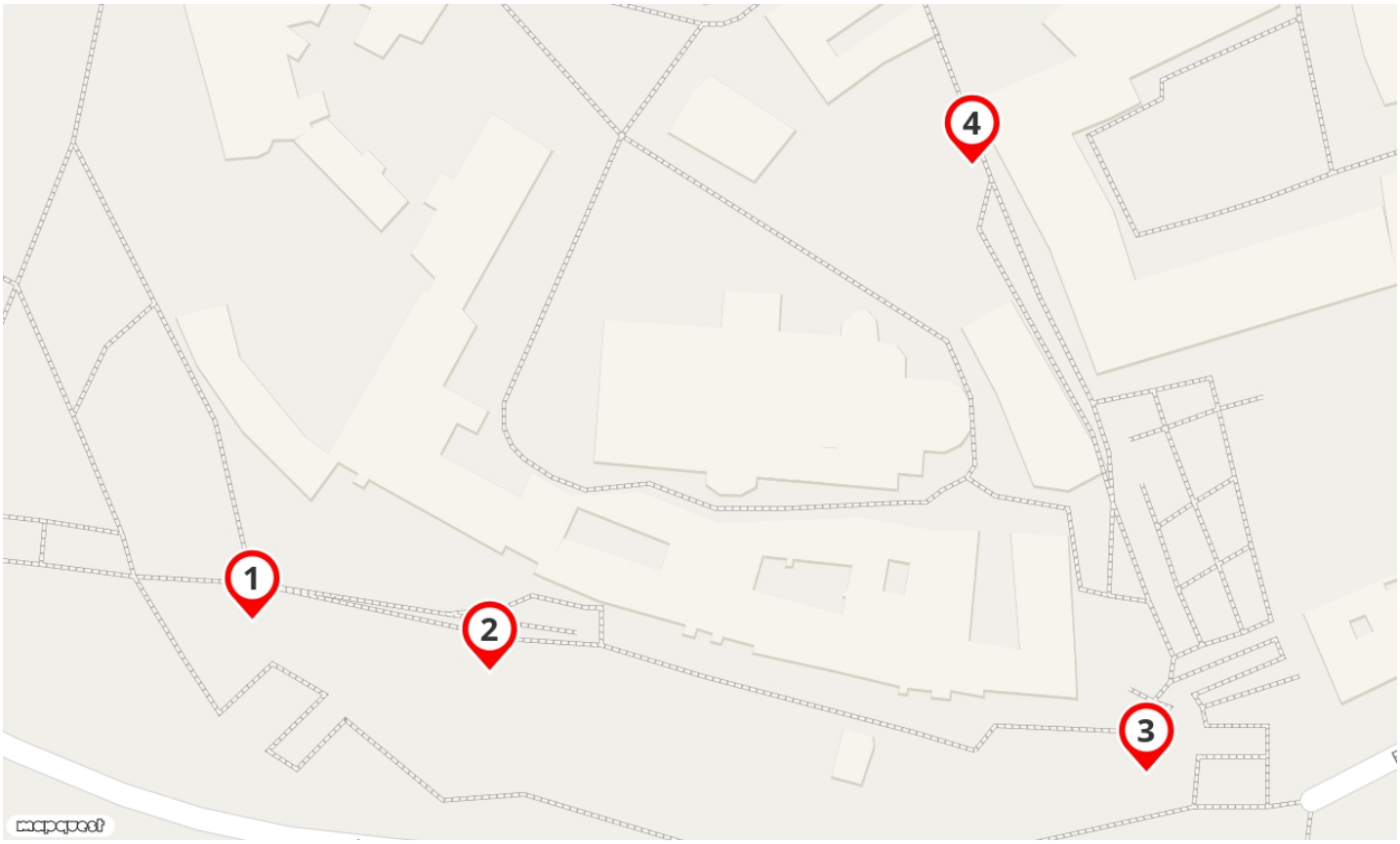
19.04.24

PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

Informácie o tejto trase

Počet úloh:	4
Očakávaná dĺžka trvania:	~ 01 h 15 min
Dĺžka:	~ 0.3 km
Odporúčané pre ročník:	12
Odporúčané pomôcky:	• Goniometria • Kalkulačka • Skladací meter
Označenia, Tagy:	trojúhelník, kombinatorika, schody, rekurentní formule, goniometrie, kosinová věta, trojúhelník, úhel, šifra, podúlohy, subtasks

Procházka Denisovými sady pod katedrálou sv. Petra a Pavla obsahuje kombinatorické úlohy, ověřuje znalosti geometrie, využívá goniometrické funkce, ale i jednoduché rovnice a výpočty.


4
1
2
3
mapqpedi

1. Úloha: Úhel mezi cestami



Úloha

Při řešení této úlohy nepoužívejte úhloměr. Pomůckami vám budou metr, papír, psací potřeby a kalkulačka.

Spočtěte úhel mezi cestou vedoucí k pomníku Míru a cestou vedoucí ke kolonádě. Úhel zadávejte ve stupňové míře.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Hana Benovičová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

2. Úloha: Trojúhelníky



Úloha

Na ploše vedle Ptačí fontány je vysazeno 9 stromů. Kolik lze vytvořit trojúhelníků mezi stromy? Nezáleží na pojmenování vrcholů trojúhelníku.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Hana Benovičová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

3. Úloha: Po schodech



Úloha

Určete, kolika různými způsoby můžete vystoupat schody vedoucí z vyhlídky na vyšší plochu pod křížem, jestliže při jednom kroku lze postoupit nahoru o jeden schod nebo o dva schody.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Hana Benovičová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

4. Úloha: Šifra



Úloha

Vyřešte dílčí úlohy („subtasks“). Zapisujte si postupně jejich výsledky.
Dvouciferná čísla jsou kódy šifry. Pro rozšifrování vám pomůže deska s verši Jana Zahradníčka v uličce Václava Havla.

Odpověď: _____

Výpočet:

Výsledok

Autor: Hana Benovičová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

4. Úloha: Šifra

1. Čiastková úloha: První číslo

Úloha

Jaká je odpověď na všechno?

Výpočet:

Prvý odhad:



Autor: Hana Benovičová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

4. Úloha: Šifra

2. Čiastková úloha: Druhé číslo

Úloha

Výsledné číslo je součinem 2 lichých čísel, která se liší o 2. Větší z čísel je prvočíslem, menší z obou čísel je druhou mocninou jednociferného prvočísla. Součet těchto dvou čísel je 20.

Výpočet:

Prvý odhad:

Výsledok

Autor: Hana Benovičová

4. Úloha: Šifra

3. Čiastková úloha: Třetí číslo



Úloha

Na ploše Kapucínských zahrad u Lavičky Václava Havla je mnoho bíle natřených laviček. Spočtěte, z kolika bílých dřevěných hranolů se skládá lavička. Od výsledného čísla odečtěte 1.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Hana Benovičová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

4. Úloha: Šifra

4. Čiastková úloha: Čtvrté číslo



Úloha

Pomocí informací z tabule Kapucínská terasa II. a III. spočtěte následující příklad:

(rok požáru původního kapucínského kláštera):[(polovina čísla měsíce, kdy byli kapucíni přinuceni z Brna odejít) $\cdot$ století, od kterého náleží kapucínské terasy klášteru + 1] + 1

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

4. Úloha: Šifra

5. Čiastková úloha: Páté číslo



Úloha

Vedle desky s básní Jana Zahradníčka je i deska s verši Ivana Blatného. Zjistěte, ze kterého roku je sbírka básní Melancholické procházky. První dvě cifry roku považujte za dvouciferné číslo a vynásobte jej postupně třetí a čtvrtou cifrou. Výsledkem je poslední hledané číslo.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Seznam použité literatury

[1] *MathCityMap*, 2024. Online. Dostupné z: https://mathcitymap.eu/sk/. [cit. 2024-04-19].

[2] *Portal*, 2024. Online. MathCityMap. Dostupné z: https://mathcitymap.eu/sk/portal-sk/#!/. [cit. 2024-04-19].

[3] POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Plzeň: Fraus, 2016. ISBN 978-807-4893-278.

[4] POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Plzeň: Fraus, 2016. ISBN 978-807-4893-261.

[5] SHOAF, Mary Margaret, Henry POLLAK a Joel SCHNEIDER. *Math Trails*. COMAP, 2004. ISBN 0-912843-76-4.

[6] GURJANOW, Iwan; ZENDER, Joerg a LUDWIG, Matthias, 2020. MathCityMap — Popularizing Mathematics around the Globe with Maths Trails and Smartphone. Online. In: *Research on Outdoor STEM Education in the digital Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference in June 2020*. WTM-Verlag, 2020-07-31, s. 103-110. ISBN 9783959871440. Dostupné z: https://doi.org/10.37626/GA9783959871440.0.13. [cit. 2024-04-24].

[7] *Procházky s MaZlíkem*, 2024. Online. Dostupné z: https://prochazkysmazlikem.cz/. [cit. 2024-03-26].

[8] BENEŠOVÁ, Eliška, 2022. *Matematika mimo školní třídu prostřednictvím aplikace MathCityMap*. Online, Diplomová práce. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta. Dostupné z: https://theses.cz/id/l41mip/. [cit. 2024-04-20].

[9] PANTĚLEJEVOVÁ, Adéla, 2022. *Tvorba matematických úloh v programu MathCityMap*. Online, Diplomová práce. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, Přírodovědecká fakulta. Dostupné z: https://theses.cz/id/r7ztku/. [cit. 2024-04-20].