Newtonovo objasnění tajemného pohybu Měsíce

Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity, Kotlářská 2, 611 37 Brno; stefl@astro.sci.muni.cz

Měsíc byl pozorován již Babyloňany ve starověku, odkdy existují záznamy sledování jeho putování po noční, případně denní obloze. Je Zemi nejbližším, úhlově nejrychleji se pohybujícím kosmickým tělesem. Porozumění jeho pohybu podněcovalo intelekt téměř všech významnějších osobností historie astronomie, respektive nebeské mechaniky. Věcně správný fyzikální výklad byl možný až po rozvinutí Newtonovy gravitační teorie, která byla obsažena ve spisu *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, česky Matematické základy přírodní filozofie, u nás zkráceně nazývaném Principie. Od jejich prvního vydání uplyne v příštím roce již 330 let.

Historie popisu pohybu Měsíce začíná zmiňovanými Babyloňany, kterým byl znám posun jeho polohy v čase vzhledem k hvězdám zvířetníkových souhvězdí, stejně jako poznatek, že rovina dráhy Měsíce neleží v rovině ekliptiky, neboť zatmění Slunce a Měsíce se neopakují pravidelně při každém úplňku či novu. I přes omezenou přesnost pozorování pouhým okem byl u Měsíce již ve 4. až 3. století př. n. l. zjištěn nerovnoměrný pohyb – v perigeu se jeho poloha měnila rychleji než v apogeu. Řečeno současnou terminologií, úhlová rychlost pohybu Měsíce kolem Země nebyla konstantní, v perigeu byla největší, zatímco v apogeu nejmenší.

Obr. 1 Ismael Bouillau (1605–1694).

Analýzou pozorovacích záznamů Babyloňané nalezli, že úplněk Měsíce může nastávat až o 10 hodin dříve či později ve srovnání s pravidelným nástupem, jak konstatoval Gutzwiller v článku [1]. Hovoříme o tzv. *první nerovnosti pohybu Měsíce*, pro kterou s ohledem na její původ používáme nejčastěji název *eliptická*. K jejímu vyjádření v ekliptikální délce zavedli Babyloňané matematický vztah $\lambda = \lambda_0 + nt + E$, kde λ je pozorovaná délka, $\lambda_0 + nt$ střední délka rovnoměrně rostoucí od časového okamžiku $t = 0$ a E nerovnost v délce, závisící na vzdálenosti Měsíce od perigea jeho dráhy.

Pozorovaný nerovnoměrný pohyb Měsíce studoval kvantitativně ve 2. století př. n. l. řecký astronom Hipparchos (190–120), potvrdil zrychlování, respektive zpomalování jeho pohybu vzhledem k propočítanému střednímu. Maximální rozdíl mezi skutečným a středním Měsícem činil přibližně 6°17′. Středním rozumíme fiktivní Měsíc, který by se pohyboval konstantní střední úhlovou rychlostí, tedy rovnoměrně jakoby po kruhové dráze kolem Země.

K objasnění jevu Hipparchos použil jednoduchý kinematický model s epicyklem a deferentem, jejichž roviny byly skloněny k ekliptice o úhel sklonu 5°, doplněný o pohyb Měsíce po excentrické kružnici – excentru –, tudíž se Zemí umístěnou mimo střed. Na severní stranu od ekliptiky přecházel Měsíc ve výstupném a na jižní v sestupném uzlu, rovina excentru protínala ekliptiku ve dvou bodech.

Popsaný model vyložil výše uvedenou eliptickou nerovnost pohybu Měsíce, dával dobrý soulad především s babylónskými a alexandrijskými pozorováními zatmění Měsíce, která nastávají při syzygiích (úplňcích a novech), v blízkosti uzlů měsíční dráhy.

Pečlivý pozorovatel Hipparchos navíc zjistil odchylky poloh Měsíce v kvadraturách (v první a poslední čtvrti). Objevil kolísání amplitudy eliptické nerovnosti, tzv. *druhou nerovnost*, vyvolávající další změny ekliptikální délky. Dráhu, po které se pohybuje Měsíc, lze pouze zjednodušeně popsat jako eliptickou. Ve skutečnosti existují odchylky měsíčních poloh v ekliptikální délce od ní. Jinak řečeno, pozorované polohy Měsíce jsou rozdílné od těch, ve kterých by se nacházel v hypotetickém případě neexistence Slunce, při tzv. ideálním keplerovském oběhu kolem Země. V dalším textu článku budeme pro právě popsanou odchylku – nerovnost – používat novější název *evekce*, z latinského *eveho – navyšovat, zvětšovat*. Termín zavedl v roce 1645 francouzský astronom Ismael Bouillau (1605–1694),

Obr. 2 Klaudios Ptolemaios (90–165).

viz obr. 1, ve spisu *Astronomia Philolaica* česky Astronomie podle Filolaa [2]. Autor v něm mimo jiné pojednával o eliptických drahách planet a formuloval hypotézu o gravitační síle ubývající nepřímo úměrně se čtvercem vzdálenosti.

Kinematické zachycení evekce je obsaženo v teorii pohybu Měsíce, kterou sepsal řecký astronom Klaudios Ptolemaios (90–165 n. l.), viz obr. 2, ve spisu *Μαθηματιη συνταξιζ*– česky Matematická skladba –, známém pod názvem Almagest. Pro tvorbu teorie Měsíce zvolil údaje o jeho zatměních, které byly přesnější než ostatní, neboť okamžiky jejich nástupů a konců nezávisí na poloze pozorovatele na Zemi. V Almagestu [3] zachytil informace o devatenácti zatměních Měsíce pozorovaných jak před Ptolemaiem, tak jím samotným.

Pohyb Měsíce v Almagestu Ptolemaios rozložil na dva – v ekliptikální délce a šířce, prvně uvedený vyložil v knize čtvrté. Určil střední denní pohyb Měsíce v délce (vzhledem k bodu jarní rovnodennosti), v anomálii (vzhledem k perigeu měsíční dráhy), v šířce (vzhledem k výstupnému uzlu). Následně vypočítal střední hodnotu pohybu Měsíce za časové jednotky – hodinu, den, měsíc a rok. Pro jeden den stanovil jeho hodnotu na 13,176°, neboť za hodinu se posunul na obloze o velikost vlastního úhlového průměru, zhruba o 31′.

Při výpočtech poloh Měsíce bral do úvahy eliptickou nerovnost. Srovnáním poloh Měsíce vztahovaných ke Slunci s výpočty podle Hipparchova jednoduchého modelu Ptolemaios potvrdil velké odchylky v kvadraturách – Měsíc se předbíhal na obloze o více než dva své úhlové průměry, v dnešní době upřesněná hodnota činí 1°16,5′. Současně záznamy pozorování řeckých astronomů ukázaly, že nepravidelnosti v nástupu první, respektive poslední čtvrti Měsíce dosahovaly v časové škále až ±15 hodin. Proto se Ptolemaios začal zabývat i evekcí v pohybu Měsíce. V Almagestu, v knize čtvrté, hlavě páté, uvedl: *„Následně ukážeme, že Měsíc se vyznačuje ještě i druhou nerovností, závisící na vzdálenosti od Slunce; stává se největší v obou kvadraturách, 2krát za měsíc uskutečňuje oběh a je rovna nule v novu a úplňku.*“

Evekci, přesněji Ptolemaios psal o kolísání měsíčního apogea, zkoumal v knize páté, v hlavách dvě až čtyři. Postupně při vycházení z pozorovaných údajů zdokonaloval modely objasňující obě uvedené nerovnosti pohybu Měsíce. Nejprve ve svém *prvním modelu* k vyjádření polohy Měsíce na obloze Ptolemaios zvolil kombinaci epicykl – deferent. Měsíc se pohyboval po epicyklu ve směru pohybu hodinových ručiček. Model zachycoval pouze eliptickou nerovnost.

Pro polohy Měsíce na poledníku, kdy lze vyloučit vliv paralaxy v délce, propočítal střední polohu Měsíce a nalezl velikost odchylky jeho skutečné polohy od ní. Ptolemaios porovnal taková pozorování s fázemi Měsíce. Objevil, že odchylky jsou mnohem větší v kvadraturách než v syzygiích. Vybral z nich největší, které odpovídaly situaci, kdy přímka spojující středy Země a Měsíce byla tečnou k epicyklu, a tudíž odchylka Měsíce od střední polohy se rovnala poloměru epicyklu.

Interpretaci evekce a její závislosti na elongaci Měsíce od Slunce zahrnul Ptolemaios do svého zdokonaleného *druhého modelu*. V něm se Měsíc pohyboval po epicyklu, současně střed jeho deferentu obíhal po malém kruhu kolem Země, avšak v opačném směru. Jinak řečeno, epicykl se pohyboval po excentrickém kruhu, Měsíc se nacházel v maximální vzdálenosti od Země v syzygiích, v minimální při kvadraturách. Výsledkem byla dráha oběhu Měsíce kolem Země představující ovál, poměr největší vzdálenosti k nejmenší byl 33 : 17, zaokrouhleně 2 : 1. Největší vzdálenost Měsíce od Země byla 64 1/6 R_Z, nejmenší 33 1/2 R_Z. Z pozorování pouhým okem však bylo zřejmé, že pozorovaný úhlový průměr Měsíce se ve skutečnosti mění pouze ve velmi malých mezích, přibližně o 14 %, nikoliv dvakrát, jak vyplývalo z výše popsaného modelu. Jeho matematickou stránku u nás popsal Dittrich v článku [4].

Obr. 3 Měření úhlů, polohy Měsíce – Apianus (1495–1552).

Přestože byl Ptolemaiův druhý model pohybu Měsíce vytvořen metodou pokusů a omylů, historicky jako první vystihoval evekci a adekvátně popisoval její závislost na úhlové vzdálenosti Slunce a Měsíce. Detailnější rozbor obou modelů z Almagestu lze najít v článku autorů Strana a Stana [5] a v Pedersenově knize [6].

Ve středověku a zejména novověku pozorování astronomů, viz obr. 3 z titulní strany Apianova spisu [7], umožnila pomocí Jakubovy hole měřit úhly na obloze, případně na Zemi. Bylo tak možné stanovit polohu Měsíce a místo pozorovatele na povrchu Země, jak konstatoval Beutler v článku [8].

Pozorovanou realitu, i přes vytvořená zlepšení, Ptolemaiův druhý model pohybu Měsíce úplně nevystihoval. Byla v něm velmi nepřesně uváděna vzdálenost

» Pozorovanou realitu však Ptolemaiův druhý model pohybu Měsíce úplně nevystihoval. «

Obr. 4 Mikuláš Koperník (1473–1543).

Země – Měsíc, měnila se až o jednu třetinu. Postupně se tak zvětšoval rozdíl teoretických a pozorovaných poloh Měsíce. Proto v 14. století arabský astronom Ibn-al-Shatir (1304–1375) vytvořil alternativní kinematický model detailně analyzovaný v Salibově knize [9], který později převzal a doplnil polský astronom Mikuláš Koperník (1473–1543), viz obr. 4.

Jeho interpretace pohybu Měsíce je zachycena v knize čtvrté spisu *De revolutionibus orbium coelestium,* česky O obězích nebeských sfér [1], u nás nazývaného Oběhy. Úvodní motivaci ke studiu Měsíce charakterizoval autor slovy: *„Na počátku začneme s pohybem Měsíce, a to předně proto, že jeho pomocí se dají poznat a určit jak ve dne, tak i v noci polohy každé hvězdy, za druhé proto, že Měsíc jediný ze všech nebeských těles obíhá kolem Země...“*

Následná kritická analýza Ptolemaiovy teorie pohybu Měsíce vedla Koperníka v kapitole druhé k vyjádření: *„Jestliže přijmeme rovnoměrným pohyb středu epicyklu kolem středu Země, pak musíme přijmout, že jeho pohyb po vlastní dráze a zejména excentru musí být nerovnoměrný.“*

K jeho zachycení vytvořil model pohybu Měsíce, který vycházel ze soustavy tří kruhových pohybů. Prvním byl pohyb deferentu, jehož střed byl souhlasný se středem Země. Po deferentu obíhal střed velkého epicyklu, proti směru hodinových ručiček. Střed malého epicyklu se pohyboval po kružnici prvního epicyklu, ve směru hodinových ručiček s 2krát větší úhlovou rychlostí, takže v průběhu synodické oběžné doby vykonal na něm dva oběhy. Výpočtem opírajícím se o trigonometrické úvahy Koperník stanovil poměr poloměrů velkého a malého epicyklu, který činil 1 097 : 237, tj. 4,63 : 1. Porovnání kinematických modelů vede k závěru, že zatímco u Ptolemaia činil poměr vzdáleností Měsíce od Země v perigeu a apogeu 1 : 2, u Koperníka byl zpřesněn na 3 : 4. Reálný poměr činí přibližně 7 : 8.

Druhý epicykl umožnil Koperníkovi interpretaci evekce. V Obězích v knize čtvrté, kapitole osmé, nazvané *O druhé nerovnosti Měsíce a vztahu prvního epicyklu k druhému*, Koperník prezentoval evekci prostřednictvím rozdílu mezi střední a pozorovanou polohou Měsíce v blízkosti jeho kvadratury. Objasnil smysl zavedení evekce, vystižení nepravidelnosti v pohybu Měsíce kolem středu prvního epicyklu především v blízkosti apogea, kdy rychlost jeho anomálie narůstá. Koperník konstatoval, že odtud můžeme pochopit, jakým způsobem se Měsíc nerovnoměrně pohybuje po prvním epicyklu. Dále v knize čtvrté, kapitole deváté, *O poslední nerovnosti, při které se Měsíc pohybuje zdánlivě nerovnoměrně od horní apsidy epicyklu,* psal: *„Největší rozdíl nastává, když se zakřivuje* (myšleno Měsíc) *do srpu nebo hrbu, anebo když je v polovičním úplňku.“* Zdůvodnil tak konstrukci druhého epicyklu. Fyzikální vysvětlení evekce však Koperník nepodal.

Krokem k objasnění evekce Měsíce, i když stále ještě kinematickým přístupem, byla myšlenka anglického astronoma Jeremiaha Horrockse (1618–1641), viz obr. 5, kterou v dopise z 20. prosince roku 1638 zmiňoval Williamu Crabtreemu. Psal o proměnnosti výstřednosti eliptické dráhy Měsíce v intervalu 0,066 86 –0,043 62, viz rozbor Wilsona v článku [11].

Anglický fyzik Isaac Newton (1643–1727), viz obr. 6, svoji teorii pohybu Měsíce nejprve uveřejnil ve spisku [12], později její zdokonalený obsah promítl do Principií [13]. V knize první, větě šedesát šest, se zabýval problémem tří těles (Země – Měsíce – Slunce), odhalil rušivé působení Slunce. Pohyb Měsíce interpretoval jako problém dvou těles Země – Měsíc rušený Sluncem. Gravitační vliv ostatních planet i zploštění Země zanedbával.

Horrocksovu myšlenku využil Newton ve větě šedesát šest, poučce dvacet šest, důsledku devět, kde popsal evekci takto: *„Jestliže těleso je přitahováno ke středu úměrně v převráceném poměru čtverce vzdálenosti a obíhá kolem tohoto středu po elipse a jestliže při přechodu od vzdálenějšího vrcholu (horní apsidy) k bližší (dolní apsidě) síla narůstá při přibližování ke středu od přidání určité nové síly rychleji, než poklesává kvadrát vzdáleností, pak je zřejmé, že těleso pod působením této nové síly se bude přibližovat ke středu blíže, nežli v případě, když na něho působila pouze síla, převráceně úměrná čtverci vzdálenosti; tudíž bude opisovat dráhu, ležící uvnitř elipsy, a v bližším vrcholu se bude nacházet v bližší vzdálenosti od středu nežli dříve, tedy při přidání této nové síly se dráha stane více excentrickou. Jestliže potom, při přechodu tělesa od bližšího vrcholu ke vzdálenějšímu, síla narůstá v stejné postupnosti, v jaké ubývala, pak se těleso vrátí ke svému prvopočátečnímu vzdálení, proto,*

Obr. 5 Jeremiah Horrocks (1618–1641).

Obr. 6 Isaac Newton (1643–1727).

jestliže síla ubývá rychleji, pak těleso, jsouc přitahováno ke středu slaběji, se od něho vzdálí na větší vzdálenost, výstřednost dráhy ještě naroste. V důsledku toho, jestliže při každém oběhu úměra zvětšování nebo zmenšování dostředivé síly, ve srovnání s kvadráty vzdáleností, bude narůstat, pak výstřednost dráhy se bude zvětšovat a naopak, při zmenšování této úměry bude ubývat...“ ... „*Jestliže apsidy jsou v kvadraturách, poměr v blízkosti apsid je menší a v blízkosti syzygií je větší, než druhá mocnina vzdáleností, větší poměr vychází kupředu.*“

Výkladu pohybu Měsíce se Newton věnoval v knize třetí, ve větách dvacet pět až třicet pět, kde již uvedl vedle kvalitativních i v řadě případů kvantitativní výsledky obdržené aplikací gravitačního zákona. Například analyzoval tangenciální složku poruchové síly, zabýval se pohybem uzlů měsíční dráhy v čase, jakož i změnou sklonu měsíční dráhy vzhledem k ekliptice, kde nalezl konkrétní číselné hodnoty. Některé obecné aspekty Newtonova výkladu byly rozebírány Šteflem v článku [14].

Klíčové poruchové působení Slunce na Měsíc zachytil geometricky ve větě dvacet pět, úloze šest: *Nalézt síly Slunce vyvolávající poruchy v pohybu Měsíce.* Pro její interpretaci zvolíme první vydání [15], ve kterém na konci textu zmiňované věty Newton připomíná ústřední myšlenku: „*... vires Solis quibus motus Lunæ perturbantur*“..., přeloženo: „*... síly, kterými Slunce ruší pohyby Měsíce*“... Na obr. 7 zařazeném k citované větě je vhodně umístěn bod E, podstatný pro interpretaci složek poruchové síly Slunce (v dalších vydáních Principií část výše uvedeného výkladu byla přesunuta do věty dvacet šest). Newton provedl geometrickou analýzu gravitačního vlivu Slunce na Měsíc v soustavě Země (S) – Měsíc (P) – Slunce (Q). Naše objasnění částečně vychází z textu [16]. Úsečky na obrázku reprezentují vzdálenosti, jakož i působící síly. Příkladně úsečka SQ zachycuje jak vzdálenost Země – Slunce, tak i směr gravitační síly Slunce působícího na Zemi. Obrázek lze chápat spíše jako pomocné schéma, nezachycuje prostorové měřítko. Neodráží reálné rozložení Slunce v prostoru, ve kterém se nachází v mnohem větší vzdálenosti od Země. Newton zavedl bod K tak, aby platilo KQ = SQ. Bod L je umístěn na prodloužení QP při platnosti PL = 3PK. Úsečka LQ, reprezentující gravitační sílu působení Slunce na Měsíc, je zakreslena v poměru

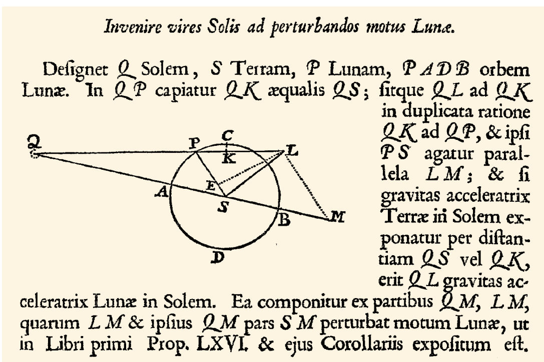
$$\frac{LQ}{SQ} = \left(\frac{PQ}{SQ}\right)^{-2}.$$

Lze ji rozložit na dvě složky – LM rovnoběžnou s PS a MQ ležící na stejné přímce jako SQ. Při zmiňované velké vzdálenosti Slunce lze přibližně považovat čtyřúhelník LMSP za rovnoběžník. Země působí na Měsíc ve směru přímky PS, která zobrazuje pouze vzdálenost a směr, nikoliv absolutní velikosti gravitačních sil Slunce a Země na Měsíc. Po ukázání gravitačního vlivu Slunce LQ na Měsíc Newton provedl rozklad na složky LM a MQ, platí LQ = LM + MQ. Přejdeme-li k nyní používané vektorové symbolice, zapíšeme „vektorovým součtem“ **LQ** = **LM** + **MQ**. LM mění nepatrně svoji velikost při oběhu Měsíce kolem Země, za její střední hodnotu považoval PS.

Dostáváme se k Newtonovu rozboru poruchového působení Slunce na Měsíc. Úsečky SQ a MQ leží na stejné přímce, MS = MQ – SQ. Dále vyjádříme LS = LQ + QS. Poruchové působení Slunce je zachyceno přímkou LS = LM + MS, respektive **LS** = **LM** + **MS**. Nakonec Newton provedl rozklad LS na tangenciální LE a radiální složku ES, vektorově **LS** = **LE** + **ES,** podrobnější rozbor je v článku Wilsona [17].

Vektory se začaly používat ve fyzice až koncem 19. století. Za určitý úvod k problematice jejich skládání lze považovat v Principiích [13], [15], v knize první, důsledek první o skládání sil. Prostřednictvím dodatečné aplikace vektorového počtu na Newtonův výklad pohybu Měsíce z Principií je analyzována jeho věcná správnost v Aokiho článku [18] a Chandrasekharově knize [19].

Geometrickou metodou Newton nalezl hledanou sílu Slunce rušící pohyb Měsíce a zkoumal její vliv na vytváření nerovností v pohybu Měsíce. Evekci vysvětloval tím, že Měsíc se v novu nachází v menší vzdálenosti od Slunce než Země. Proto Slunce přitahuje Měsíc větší silou než Zemi a vzdaluje ho tak od ní. Při úplňku působí Slunce vzhledem k menší vzdálenosti Země než Měsíce větší silou a vzdaluje tak Zemi od Měsíce. V obou popsaných případech syzygií narůstá vzdálenost Měsíce od Země a tudíž i výstřednost jeho dráhy. Zvětšuje se eliptická nerovnost, její nárůst způsobuje evekci. Naopak přitažlivé působení Měsíce a Země dosahuje maxima v kvadraturách, zmenšuje se vzájemná vzdálenost obou těles, výstřednost měsíční dráhy klesá. Zmenšování eliptické nerovnosti je tak rovněž projevem evekce. Přestože Newton předpokládal při výpočtech jednodušší kruhovou dráhu Měsíce, tak propočítával změny její výstřednosti, tedy její eliptické vlastnosti, o kterých velmi dobře věděl.



Invenire vires Solis ad perturbandos motus Lunæ.

Designet *Q* Solem, *S* Terram, *P* Lunam, *PADB* orbem Lunæ. In *QP* capiatur *QK* æqualis *QS*; sitque *QL* ad *QK* in duplicata ratione *QK* ad *QP*, & ipsi *PS* agatur parallela *LM*; & si gravitas acceleratrix Terræ in Solem exponatur per distantiam *QS* vel *QK*, erit *QL* gravitas acceleratrix Lunæ in Solem. Ea componitur ex partibus *QM*, *LM*, quarum *LM* & ipsius *QM* pars *SM* perturbat motum Lunæ, ut in Libri primi Prop. LXVI. & ejus Corollariis expositum est.

Obr. 7 Poruchové působení Slunce, první vydání Principií, s. 434.

» Geometrickou metodou Newton nalezl hledanou sílu Slunce rušící pohyb Měsíce. «

> » Poruchové síly Slunce ovlivňují tvar a polohu eliptické dráhy. «

O kvantitativní výpočet velikosti odchylek poloh Měsíce vyvolaných evekcí se Newton nepokusil, zřejmě jejich aproximativní vyjádření bylo i pro něho příliš obtížné. Jím uváděná numerická hodnota nerovnosti v délce pro evekci tak patrně pocházela z pozorování. Newton kvalitativně objasnil vznik evekce rozdílným gravitačním působením Slunce na Měsíc a Zemi, vyvolaným jejich odlišným postavením v prostoru.

Obr. 8, zpracovaný podle textu [20], schematicky demonstruje skutečnost, že evekce je vyvolána změnou výstřednosti měsíční dráhy.

Skutečný pohyb Měsíce je velmi složitý, neboť jeho dráha není kruhová, nýbrž eliptická, sklon dráhové roviny mírně kolísá, velká poloosa elipsy se stáčí, současně uzlová přímka obíhá elipsu. Poruchové síly Slunce ovlivňují tvar a polohu eliptické dráhy, tudíž velikost velké poloosy *a*, výstřednost dráhy *e* a polohu přímky apsid zachycenou délkou perigea ω. Míří-li přímka apsid ke Slunci, je jeho poruchovým působením stáčena ve směru pohybu Měsíce, výstřednost měsíční dráhy se zvětšuje, platí

$$\frac{de}{dt} > 0,\ \frac{d\omega}{dt} > 0.$$

Při poloze přímky apsid směřující kolmo na směr ke Slunci se stáčí dráha Měsíce nazpět a výstřednost se zmenšuje,

$$\frac{de}{dt} < 0,\ \frac{d\omega}{dt} < 0.$$

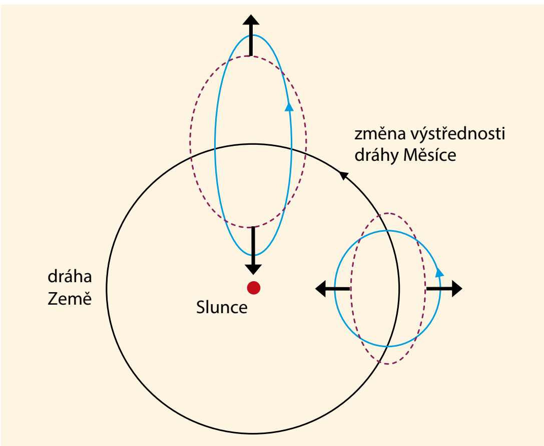
Právě popsaný zpětný pohyb je však menší než vpřed, tudíž přímka apsid postupuje průměrně ve směru pohybu Měsíce. Úplnou otočku o 360° vykoná za 8,850 3 roku.

Rozebíranou změnou výstřednosti měsíční dráhy a právě zmiňovaným postupem přímky apsid se odchyluje poloha Měsíce v důsledku evekce od středního pohybu až o 1°16,5′.

Výstřednost se mění periodicky zhruba o 20 % při střední hodnotě $e = 0{,}054\,9$. Při působení poruchových sil je nejvíce proměnným elementem, viz např. článek Alladina a Ballabha [21]. Poruchy výstřednosti *e* a délky perihélia ω mají periodu 206 dnů. Délka periody evekce – 31,81 dne – je časově delší než synodický měsíc – 29,53 dne. Obě jsou vázány vztahem

$$2\left(\frac{1}{29{,}53} - \frac{1}{31{,}81}\right) = \frac{1}{206}.$$

Matematicky zachycujeme evekci vztahem $E = 1°16{,}5′ \sin(2D - M)$, kde *D* je úhlová vzdálenost Měsíce od Slunce, *M* je střední anomálie Měsíce, střední úhlová vzdálenost Měsíce od perigea jeho dráhy. Platí $D = \pm 90°$ u Měsíce v první, respektive poslední čtvrti, $D = 0°$ v novu nebo $D = \pm 180°$ u Měsíce v úplňku. Slovně vyjádřeno, evekce je proměnnou deformací měsíční dráhy projevující se nerovností pohybu Měsíce v délce, v odchylce skutečné polohy Měsíce od teoreticky propočítané pro střední pohyb po elipse. Její velikost závisí na úhlové vzdálenosti Slunce a Měsíce a na vzdálenosti Měsíce od perigea jeho dráhy.



Obr. 8 Změna výstřednosti měsíční dráhy vyvolaná evekcí.

Jak jsme v článku ukázali, největší nerovnost pohybu Měsíce – evekce – je zajímavým, ale současně komplikovaným jevem nebeské mechaniky. Přestože již byla pozorována v pozdní antice, její kvalitativní dynamický výklad opírající se o gravitační zákon podal až Newton. Zřetelně si přitom uvědomoval, že jeho interpretace pohybu Měsíce není zdaleka úplná. Kvantitativní vyložení evekce, jakož i dalších nerovností objevených později, se opíralo o rozvinutí matematické stránky gravitační teorie, kterou vytvořili až následovníci Newtona, především L. Euler, A. C. Clairaut, J. R. d'Alembert a P. S. Laplace.

Literatura

[1] M. C. Gutzwiller: „The oldest three – body problem", Rev. Mod. Phys. **70**, 589 (1998).

[2] I. Bouillau: *Astronomia Philolaica*. Sumptibus Simeonis Piget, Paris 1645.

[3] I. N. Veselovskij: *Almagest*. Nauka, Fizmatlit, Moskva 1998. Překlad do ruštiny.

[4] A. Dittrich: „Epicykl jako prostředek k ovládnutí libovolného pohybu periodického", Časopis pro pěstování matematiky a fysiky **54**, 248 (1925).

[5] D. P. Stano, G. Strano: „Observational evidence and the evolution of Ptolemy´s lunar model", Nuncius **11**, 93 (1996).

[6] O. Pedersen: *A Survey of the Almagest*. Odense University Press, Odense 1974.

[7] P. Apianus: *Introductio geographica in doctissimus Verneri*. Cum Gratia&Priuilegio Imperiali, Ingolstadt 1533.

[8] G. Beutler: *Revolution in Geodesy and Surveying*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Universität Hannover Nr. 258, 11 (2006).

[9] G. Saliba: *A History of Arabic Astronomy: Planetary Theories. During the Golden Age of Islam*. New York University Press, New York 1994.

[10] M. Koperník: *Obehy nebeských afér*. Veda, VSAV, Bratislava 1974. Překlad do slovenštiny.

[11] C. Wilson: „On the origin of Horrocks´s lunar theory", Journal for the History of Astronomy **18**, 77 (1987).

[12] I. Newton: *Theory of the Moon´s Motion*. London 1702. In D. Gregory: *Astronomiae physicae et geometricae elementa*.

[13] B. I. Cohen: *The Principia – Mathematical Principles of Natural Philosophy*. University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London 1989. Překlad do angličtiny.

[14] V. Štefl: „Historie výkladu pohybu Měsíce od Hipparcha k Newtonovi", Čs. čas. fyz. **61** č. 1, 39 (2011).

[15] I. Newton: *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Londini 1687.

[16] http://en.wikipedia.org/wiki/Lunar_theory

[17] C. Wilson: „Newton on the Moon´s Variation and Apsidal Motion: The Need for a never New Analysis", in: *Issac Newton´s Natural Philosophy*. The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England. 139 (2001).

[18] S. Aoki: „The Moon Test in Newton´s Principia: Accuracy of Inverse-Square Law of Universal Gravitation", Archive for History of Exact Science **44**, 147 (1992).

[19] S. Chandrasekhar: *Newton´s Principia for the common leader*. Clarendon Press, Oxford 2005.

[20] http://www.astro.uni-jena.de/Teaching/Praktikum/pra2002/node144.html

[21] S. M. Alladin, G. M. Ballabh:„Dynamics of the Sun – Earth – Moon system", Resonance **10**, No. 8, 6 (2005).