Historie výkladu statické teorie slapů na Zemi

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta MU, Kotlářská 2, 611 37 Brno

Příliv a odliv v minulosti Země podstatně ovlivnil přechod života z moře na souš, příkladně evoluci obojživelníků. Živočichové vnímají slapové síly, respektive změny v oblastech, kde se střídá výška mořské hladiny – například tření ryb grunion či kladení vajec želv karet obrovských probíhají právě jenom při vysokém přílivu.

Jev zvyšování a poklesu mořské hladiny fascinoval civilizace již od starověku. Lidé si uvědomovali jeho souvislost s pozicí Měsíce a Slunce. Starověcí filozofové zjistili jeho základní periodičnost s délkou cyklu zhruba dvanáct a půl hodiny.

Pýthius roku 325 př. n. l. v poznámkách z cest na britské ostrovy popsal příliv a odliv a upozornil na souvislost maximálního přílivu s fází Měsíce.

Babylonský astronom **Seleukos (190–150)** v druhém století př. n. l. vyložil příliv a odliv, které jsou podle něho vyvolány působením Měsíce. To je přenášeno prostřednictvím „pneuma“ (oheň + vzduch), všudypřítomného „vanutí“ kosmickým prostorem. Konstatoval, že výška přílivu závisí na poloze Měsíce vzhledem k Slunci.

Plinius (23–79 n. l.) v díle ***Naturalis Historia*** připomíná souvislost přílivu a odlivu s Měsícem, uvádí řadu pozorovacích detailů, například skutečnost nástupu vysokého přílivu několik dnů po novu, respektive úplňku.

Italský lékař a astronom páter **Jacopo Dondi (1293–1359)** se zabýval přílivem a odlivem (slapy) ve spisu ***De fluxu et refluxu maris,*** jehož nové vydání vyšlo roku 1912.

V zájmu úplnosti připomeňme myšlenky **Leonarda Da Vinciho (1500–1543)**, který na základě srovnání výšky přílivů v různých přístavech v Evropě a jejich časového nástupu dospěl k nesprávnému závěru, že jev nelze spojovat s Měsícem a Sluncem.

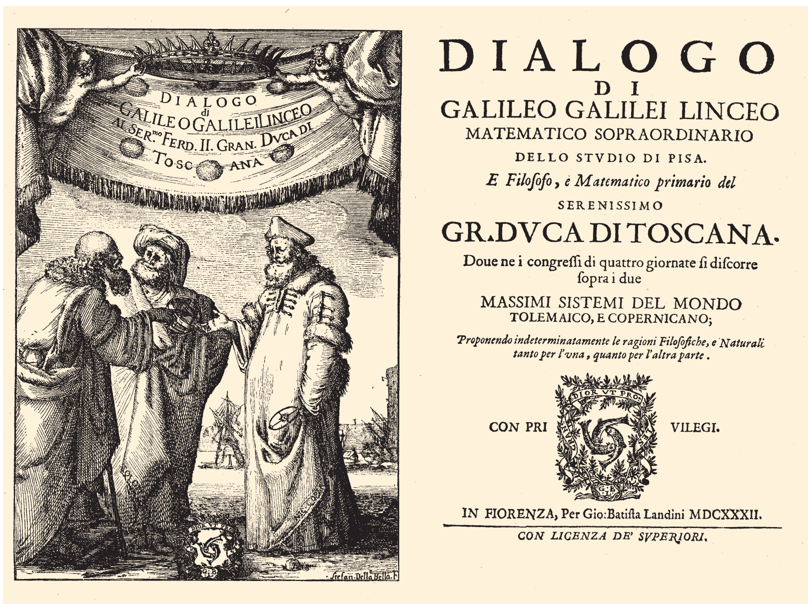
V Anglii **William Gilbert (1544–1603)** ve spisu ***De Mundo Nostro Sublunari Philosophia Nova*** vymyslel originální ideu, podle které jsou slapy projevem magnetického působení mezi Zemí a Měsícem. Jinou myšlenku vyzdvihuje **Francis Bacon (1561–1626)** v díle ***De fluxu et refluxu maris r. 1623,*** že zvyšování přílivu od Gibraltaru do Severního moře je vyvoláno narůstajícími vlnami.

Johannes Kepler (1571–1630) v dopise **Herwartu von Hohenburgovi** (1553–1622) formuluje myšlenku, o přitažlivosti ovládající slapy: *„… moře je tak přitahováno k Měsíci, stejně jako ostatní kosmická tělesa, moře samotné je přitahováno i k Zemi.“*

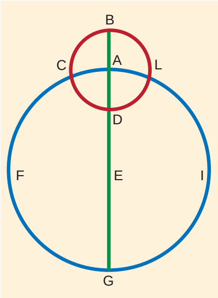
První úvahy o slapech **Galilea Galileiho** (1564–1642) pocházejí z jeho dopisu [1] kardinálu **Alessandru Orsinimu (1592–1626).** Galileo píše: *„Srážkové pohyby závisí na rozdílných polohách a délkách vzájemně propojených moří a jejich odlišných hloubkách, umožňují vzestup těmto nepravidelným poruchám vody, které způsobují starosti ustrašeným námořníkům …“*

Komplexnější a hlubší rozbor slapů je v Dialogu [2]. Této problematice Galileo věnuje diskusi závěrečný čtvrtý den, který měl být zamýšleným vyvrcholením celého díla. Ústy Salviatiho Galileo uvádí: *„My jsme už dávno prozkoumali a dokázali, že všechny pozemské jevy dokazující nepohyblivost Země a pohyblivost Slunce a nebeské klenby se nám musí jevit podobně i při pohyblivosti Země a nepohyblivosti Slunce a nebeské klenby; jedině prvek vody jako prvek nejrozšířenější, který není spojen a spjat se zeměkoulí tak těsně jako jiné její pevné částice, tento prvek dík své tekutosti zůstává částečně sui iuris a volný a jedině on ze všech podměsíčních věcí nám umožňuje zpozorovat nějakou stopu nebo poukaz na to, jak se chová Země vzhledem k pohybu či klidu.“*

Salviati podrobně popisuje slapové jevy, konstatuje, že poblíž Itálie dosahují přílivy ve Středozemním moři různé výšky. Usuzuje na jejich závislost na velikosti moře, tvaru a hloubce mořského dna. Na základě analogie s pohyby hladin nádrží s pitnou vodou dováženou



Obr. 1 Titulní strana Galileova Dialogu.



Obr. 2
Výklad slapů v Dialogu.

na lodích do Benátek a jejich prudkým zbrzďováním při přistávání předpokládal, že slapové síly jsou obdobným projevem: „*A tak, páni moji, co činí člun vzhledem k vodě v něm se nacházející…, úplně to samé dělá i nádrž Středozemního moře… Pohyb celé zeměkoule a každé její části by byl rovnoměrný a stejný, kdyby se její části pohybovaly jen jedním pohybem, buď jednoduchým ročním, aneb jen denním. Potom je tak jistě nevyhnutelné, aby ze složení těchto dvou pohybů vyplývaly pro části zeměkoule nerovnoměrné pohyby, někde zrychlené a jinde zpomalené, podle toho, či se denní otáčení připočítává k ročnímu pohybu, nebo se od něho odečítá.*“

Na vysvětlení Salviati konstatuje: „*Říkali jsme, že existují dva pohyby připisované zeměkouli: první – roční, vykonávaný jejím středem a probíhající po kružnici velké dráhy, pod ekliptikou podle pořadí zvířetníkových znaků, tj. od západu na východ; druhý – vykonávaný samotnou zeměkoulí otáčející se kolem vlastního středu za 24 hodin a stejně tak od západu na východ, ale okolo osy trochu skloněné neparalelně s osou ročního pohybu. Ze složení těchto dvou pohybů, z nich každý sám o osobě je rovnoměrný, vyplývá, jak říkám, nerovnoměrný pohyb v částech Země.*“

… „*dokážu svůj paradox, pane Simplicio, ponechám úlohu obhajovat proti němu axiom anebo je dám do souladu. Můj důkaz bude krátký a lehký, neboť závisí od věcí, které jsme tak dlouho projednávali… Říkali jsme, že existují dva pohyby připisované zeměkouli: první – roční, vykonávaný jejím středem a probíhající po kružnici velké dráhy, pod ekliptikou podle pořadí zvířetníkových znaků, tj. od západu na východ; druhý – vykonávaný samotnou zeměkoulí otáčející se kolem vlastního středu za 24 hodin a stejně tak od západu na východ, ale okolo osy trochu skloněné neparalelně s osou ročního pohybu. Ze složení těchto dvou pohybů, z nich každý sám o osobě je rovnoměrný…*“

Galileo objasňuje, že pohyb částice na povrchu Země se skládá ze dvou. První reprezentuje denní rotační pohyb Země, druhý zachycuje roční pohyb Země kolem Slunce. Lineární rychlost částice v bodě B na povrchu Země odvráceném od Slunce nacházejícím se v bodě E je součtem rychlosti pohybu Země kolem Slunce a rychlosti bodu na povrchu Země v důsledku rotace Země. V bodě D přivráceném k Slunci je rychlost částice rovna rozdílu oběžné rychlosti Země kolem Slunce a rychlosti bodu na povrchu Země vyvolaném rotací.

Poměr rychlostí ročního a denního pohybu částice na povrchu Země klade Galileo 3:1, (1 208/365) při vzdálenosti Země – Slunce 1 208 R_Z, skutečný poměr je 64:1.

Shrnuto při interpretaci slapových jevů, Galileo předpokládal jejich původ v pohybech Země. Mylně předpokládal, že příliv a odliv nastávají v důsledku skládání dvou pohybů – rotace a ročního oběhu Země. Zřejmě byl inspirován Koperníkem, který v Obězích oba zmiňované pohyby Země podrobně rozebírá. A Galileo takto chtěl potvrdit heliocentrické uspořádání těles ve sluneční soustavě, obdobně jak tak činil u interpretace pohybu slunečních skvrn v diskusi třetího dne v Dialogu.

Nerovnoměrný pohyb Země vzniká podle Galilea skládáním dvou pohybů rovnoměrných. Intuitivně chápal, že je zrychlován pohyb Země, která tak tvoří neinerciální soustavu. Pravděpodobně vycházel z analogické návaznosti na antické kruhové pohyby po deferentech a epicyklech, k nimž použil princip skládání rychlostí.

Nedostatkem jeho teorie o slapech a doprovázející změně výšek mořské hladiny je neprovedení porovnání s reálnými údaji. Připomínáme, že výška přílivu v Benátkách, kterou Galileo znal, činí přibližně 1,5 až 2 m.

Interpretace slapů u Galilea není úplná, jednoznačná formulace problematiky chybí. Vliv Měsíce a Slunce na slapy připouští, jejich gravitační působení nikoliv. Skryté vlastnosti *qualitas occulta* odmítal, gravitační zákon neznal. Přitažlivá síla podle něho působí pouze u povrchu Země. Tím, že neuvažoval gravitační síly působící mezi Zemí, Měsícem a Sluncem, nemohl odhalit podstatu jevu. Úlohu uvedených kosmických těles při objasňování slapů Galileo do své teorie nezabudoval. Pro řešení problematiky i přes nápaditost Galilea doba ještě nedozrála, úroveň fyzikálních vědomostí a dovedností jeho doby to neumožňovala. Podrobnější kritický rozbor Galileovy teorie slapů je zachycen například v [3, 4].

Zásadní krok k exaktní interpretaci slapů je obsažen v díle **Isaaca Newtona (1643–1727)**, pro něhož odhalení příčiny slapů bylo jedním ze stimulů práce nad problémem přitažlivosti. V Principiích [5] výstižně píše: „*Objasnil jsem nebeské jevy a přílivy na našich mořích na základě síly přitažlivosti.*“

Newtonova tzv. statická teorie slapů vytvořená v Principiích vycházela z několika předpokladů: Změna polohy Měsíce a Slunce vzhledem k Zemi je velmi pomalá, vždy existuje rovnovážné rozdělení vodních mas, povrch vody okamžitě zaujímá při působení slapových sil rovnovážný tvar, při kterém vnitřní elastické síly odpovídají slapovým silám. Země je pokryta nestlačitelnou kapalinou, vodou o stejné hloubce. Teorie nepřihlíží ke složité struktuře pobřežní linie, k reliéfu mořského dna, i když posledně uvedené souvislosti, jak je zřejmé z textu Principií, si Newton uvědomoval. Mezi mořem a dnem neuvažoval žádné tření, časové zpoždění nástupu přílivu, viskozitu, respektive setrvačnost vodní masy či hloubku moří. Proto, jak bude dále ukázáno, byly vypočítané numerické hodnoty vyplývající z teorie velmi nepřesné.

Při výkladu slapů Newton vycházel z gravitační teorie, přitažlivost chápal jako univerzální sílu působící i na vodní částice moří. Nejprve analyzoval působení dvou samostatných sil vyvolaných Měsícem a Sluncem. Následně formuloval nové představy zachycující změny slapových sil Měsíce a Slunce jako důsledek proměnnosti jejich vzdáleností od středu Země. V závěru vyložil vertikální pohyb mořské hladiny, její nárůst a pokles jako výsledek sčítání dvou sil vytvářejících slapy. Přestože Měsíc a Slunce působí samostatně silou na vodní částice v mořích, Newton objasnil nejen to, že výsledkem nejsou dva samostatné nezávislé pohyby, ale i to, že měsíční a sluneční slapové síly se mění v rozdílných periodách. Na základě výpočtu dále konstatoval, že v konjunkci a opozici měsíční a sluneční síly působí maximálně vzhledem k sobě navzájem a vyvolávají vysoký příliv. Naopak v kvadraturách silové působení obou těles způsobuje nízký příliv. Rovněž matematickým propočtem dokázal, že slapové jevy vyvolané Měsícem jsou větší než ty způsobené Sluncem.

Výše uvedené myšlenky jsou v Principiích podrobně rozebírány v jednotlivých větách, jak následně uvedeme. Jejich číslování vychází z Cohenova překladu [5].

V širším slova smyslu s interpretací slapů souvisí problém tří těles, který je Newtonem rozebírán v první knize Principií, především ve **větě 66, poučce 26**, zachycující výklad jejich vzájemné gravitační interakce. Text poučky, jakož i stručný úvodní komentář k působícím silám jsou v článku [6]. Řečeno současnou terminologií, Newton při výkladu rozlišuje síly hlavní, klesající v závislosti na vzdálenosti ~ $1/r^2$, a síly poruchové, klesající v závislosti ~ $1/r^3$. V této souvislosti připomeneme část textu **z věty 66, důsledku 14**, která explicitně výše uvedenou závislost poruchových sil uvádí: *„Je-li těleso S velmi vzdálené, síly NM a ML jsou přibližně úměrné síle SK a poměru síly PT ke ST, tj. když je zadána jak vzdálenost PT, tak i absolutní síla tělesa S, tyto poruchové síly jsou nepřímo úměrné ST^3…“*

Důležitá je rovněž **věta 66, důsledek 8**, z textu vyjímáme: … *„Je zřejmé, že když se apsidy nacházejí ve svých syzygiích, potom v důsledku odebrání síly KL nebo NM – LM se přemísťují přímým pohybem rychleji, v kvadraturách se přemísťují v důsledku přidání síly LM zpětným pohybem a pomaleji. Vzhledem k velké délce času, v průběhu kterého se uskutečňuje jak rychlejší přímý přesun, tak i pomalejší zpětný, nerovnost dosahuje velmi značné velikosti.“*

Komentováno podle Palmieriho [4], v dnešní terminologii síla LM vyvolává pokles mořské hladiny v kvadraturách, v syzygiích je částečně zeslabena silou SM. Naopak síla LN způsobuje nárůst mořské hladiny zejména v syzygiích, kde síla zřetelně směřuje k rušícímu tělesu S. Sílu LN vyznačenou explicitně v obrázku nazýváme slapovou silou.

Shrnuto výklad uvádí, že vysoký (skočný) příliv nastává v situaci, jestliže Země, Měsíc a Slunce leží na jedné přímce při úplňku, novu (v syzygiích), kdy působení Měsíce je zesilováno Sluncem. Nízký (hluchý) příliv nastupuje, je-li Měsíc o 90° vzdálen od Slunce (v kvadraturách), vliv Měsíce je zeslabován Sluncem.

Objasnění slapů je zachyceno především v níže uvedených větách třetí knihy Principií.

Věta 24, poučka 19

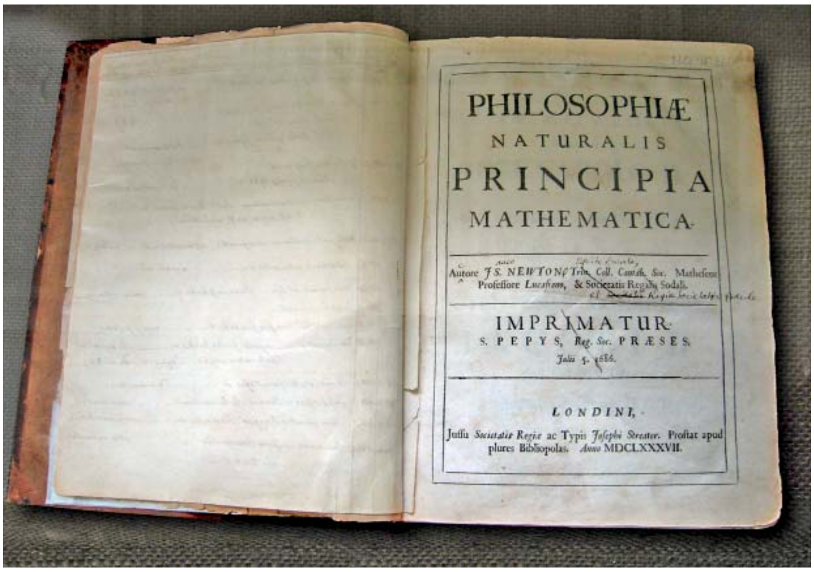
Příliv a odliv moře probíhají v důsledku působení Měsíce a Slunce.

… „Působení kosmických těles závisí na jejich vzdálenosti od Země, při menších vzdálenostech je silnější, při větších slabší, přitom v kubickém poměru pozorovaných průměrů. Tedy Slunce v zimě se nacházející ve svém perigeu vyvolává větší působení, v důsledku čehož syzygiové přílivy jsou o něco větší (při jinak stejných podmínkách)… obdobně Měsíc každý měsíc, je-li v perigeu, vyvolává vyšší přílivy než za 15 dnů, kdy se nachází v apogeu…“

Výklad výše citované věty Newton za jeho života ve všech třech vydáních Principií měnil, upřesňoval, zřejmě si nebyl úplně jist výkladem.

V obsahu textu věty Newton analyzuje dynamiku slapů způsobenou změnami vzdálenosti. Na eliptické dráze Měsíce o numerické excentricitě $\varepsilon = 0{,}0549$ je jeho vzdálenost od Země v perigeu $r_p = r_{ZM}\,(1 - \varepsilon)$, nárůst slapového zrychlení oproti střední hodnotě činí $1/(1 - 0{,}0549)^3 = 1{,}18$, zvětšení velikosti zrychlení dosahuje 18 %. U eliptické dráhy Země o numerické excentricitě $\varepsilon = 0{,}0167$ je její vzdálenost od Slunce v perihéliu $r_p = r_{ZS}\,(1 - \varepsilon)$, nárůst slapového zrychlení oproti střední hodnotě je $1/(1 - 0{,}0167)^3 = 1{,}05$, zvýšení velikosti zrychlení činí 5 %.

Detailnější analýzu textu věty 24, poučky 19, nalezneme v Proudmanově komentáři [7] a v Chandrasekharově knize [8], obsahující mimo jiné i opravy chyb v textu.



Obr. 3 Titulní strana Newtonových Principií, první vydání.

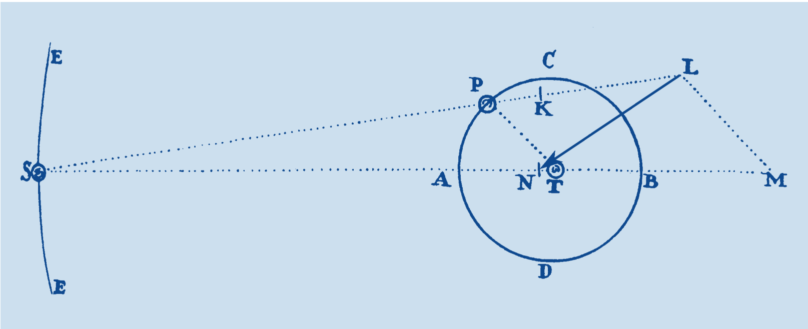
Věta 25, úloha 6

Vypočítat sílu Slunce způsobující poruchy v pohybu Měsíce.

„Protože síla Měsíce pohybující mořem je v poměru k tíhové síle jako 1:2 871 400, je evidentní, že tato síla je mnohem menší té, kterou sledujeme v pokusech s kyvadlem nebo v pokusech statických či hydrostatických. Pouze v mořských přílivech se tato síla citelněji projevuje. Nechť S označuje Slunce, T Zemi, P Měsíc, CADB je dráha Měsíce, zvolíme na SP délku SK rovnou ST, vezmeme SL tak, aby platilo $SL/SK = SK^2/SP^2$.

Povedeme LM rovnoběžně s PT; urychlující sílu přitažlivosti Země ke Slunci zachytíme délkou ST nebo SK, potom SL představuje urychlující sílu přitažlivosti Měsíce ke Slunci. Tato síla se skládá ze dvou sil SM a LM, ze kterých LM a část TM síly SM vyvolávají poruchy pohybu Měsíce, jak již bylo vyloženo ve větě 66 a jejich důsledcích. Jestliže uvažujeme, že Země a Měsíc obíhají kolem společného hmotného středu, pak i pohyb Země je rušen podobnými silami; součet sil vztahujících se k Měsíci je úměrný úsečkám TM a ML. Střední hodnota síly ML se nachází v dostředivé síle, pod jejímž působením by mohl Měsíc obíhat na své dráze kolem Země nacházející se v klidu, v poměru rovném kvadrátu poměru časů oběhů Měsíce kolem Země a Země kolem Slunce, tj. kvadrátů poměrů 27 dnů 7 hodin 43 minut k 365 dnům, 6 hodinám a 9 minutám, tj. v poměru jako 1 000 ku 178 725 nebo 1 ku 178 29/40. Ve 4. úloze třetí knihy bylo ukázáno, že jestliže by Země a Měsíc obíhaly kolem společného hmotného středu, pak střední vzdálenost mezi nimi by byla přibližně 60 ½ R_Z. Síla, pod jejímž působením by Měsíc mohl obíhat kolem Země nacházející se v klidu ve vzdálenosti PT, rovné 60½ R_Z, je k síle, pod jejímž působením by mohla obíhat za stejný čas ve vzdálenosti 60 R_Z, jako 60½ ku 60. Tudíž střední velikost síly ML je v poměru k tíhové síle na povrchu Země jako 1 . 60½ : 60 . 60 . 60 . 178 29/40 tj. jako 1:638 092,6. Na tomto základě a poměru úseček TM a ML nalezneme sílu TM, což je podstata síly Slunce vyvolávající poruchy Měsíce.“

Interpretačně shrnuto, jde o výklad poměru gravitačního působení Slunce – Země ku Země – Měsíc, při



Obr. 4 Newtonův obrázek k výkladu gravitačního působení Měsíce, Slunce a Země, podle Cohenova překladu, str. 573, upravený znázorněním slapové síly podle Palmieriho str. 249.

poměru oběžných dob Měsíce kolem Země a Země kolem Slunce m = 27,32/365,24. Následný poměr

$$\frac{\frac{M_S}{r_{ZS}^2}}{\frac{M_Z}{r_{ZM}^2}} = \frac{r_{ZM}}{r_{ZS}} m^2, \text{ po úpravě je } \frac{M_S r_{ZM}^3}{M_Z r_{ZS}^3} = m^2,$$

kde m^2 podle Newtona je 1:178 29/40. Vztah představuje III. Keplerův zákon. Podrobnější rozbor věty 25, včetně Newtonem používaných hodnot a jejich korekcí, je zachycen v [9].

Věta 36, problém 17

Nalézt sílu, kterou působí Slunce na pohyb moře.

„Síly Slunce ML nebo PT způsobují poruchy v pohybech Měsíce, je-li Měsíc v kvadraturách, je v poměru k tíhové síle na Zemi jako 1:638 092,6. Síla TM–LN nebo 2PK je 2krát větší, je-li Měsíc v syzygiích. Tyto síly, jestliže je vztahujeme k povrchu Země, se zmenšují v takovém poměru jako vzdálenost do středu, tj. v poměru 60½ ku 1 tak, že první síla na povrchu Země je k tíhové síle jako 1:38 604 600. Touto silou klesá moře v místech nacházejících se 90° od Slunce. Druhou silou, která je 2krát větší, se zvedá moře pod Sluncem a v oblasti protilehlé. Součet těchto dvou sil je v poměru k tíhové síle jako 1:12 868 200. Protože každá z těchto sil vyvolává ten stejný pohyb, snižuje vodu v oblastech nacházejících se o 90° od Slunce, nebo ji zvyšuje v oblastech pod Sluncem a v oblastech jemu protilehlých…“.

Důsledek

„Protože odstředivá síla částí Země pocházející od denní rotace Země tvoří 1/289 část tíhové síly, způsobuje, že výška vody na rovníku převyšuje její výšku na pólech na 85 472 pařížských stop, jak bylo ukázáno ve větě 19. Tudíž síla Slunce, o které bylo hovořeno, je k tíhové síle jako 1:12 868 200, tj. k řečené odstředivé síle jako 1:44 527. To způsobí, že výška vody v oblastech pod Sluncem i v oblastech protilehlých bude převyšovat její výšku v oblastech ležících od nich na 90° na 1 pařížskou stopu a 11⅓ pařížských palců, neboť tato veličina je v poměru k 85 472 jako 1 ku 44 527.

Při využití geometrických úvah Newton propočítal slapové působení Slunce na moře v kvadraturách a syzygiích, matematická rekonstrukce jeho postupu je zachycena v [8].

V důsledku věty 36 je určena výška přílivů vyvolaná Sluncem v syzygiích pomocí důvtipného postupu, analogického výpočtu sil u zploštění Země. Newton obdržel numerickou hodnotu mírně menší než dvě pařížské stopy, v dnešních jednotkách 62 cm.

Pro objasnění slapů je klíčová věta

Věta 37, problém 18

Nalézt sílu, kterou působí Měsíc na pohyb moře.

„Síla Měsíce pohybující mořem musí být vypočítána v proporcionálním srovnání se silou Slunce. Toto srovnání je třeba vypočítat z pohybu moře, který vzniká působením těchto sil. Před ústím řeky Avon na třetí míli od Bristolu je na jaře a na podzim celková výše vody při konjunkci a opozici těchto dvou kosmických těles (podle pozorování Samuela Sturma) zhruba 45 stop, při kvadratuře jen 25 stop. První výška odpovídá součtu obou sil, druhá jejich rozdílu. Proto nechť síly Měsíce a Slunce, když jsou na rovníku a na jejich průměrné vzdálenosti od Země, je S a L, potom S + L bude k L – S jako 45 ku 25, nebo 9 ku 5.“

Newton použil údaje o výškách hladin v anglických stopách při vysokých a nízkých přílivech. V ústí řeky Avon Samuel Sturmy naměřil v roce 1668 [10], viz obr. 5 titulní strany článku, při syzygiích v jarní a podzimní rovnodennosti 45 stop – 13,7 m, zatímco v kvadratuře pouze 25 stop – 7,6 m. V přístavu v Plymouthu Samuel Colepresse obdržel údaje 41 stop – 12,2 m a 23 stop – 7 m. Sturmovým údajům Newton více důvěřoval, proto je převzal.

Podstata Newtonova stanovení poměru slapových sil Měsíce a Slunce vychází ze srovnání výšek hladin, pro které předpokládal

$$\frac{M_M}{r_{ZM}^3} : \frac{M_S}{r_{ZS}^3} = h_M : h_S \,.$$

Poměr výšek hladin při vysokém a nízkém přílivu v označení podle Newtona výkladu v Principiích je

$$(L+S):(L-S) = \left(\frac{M_M}{r_{ZM}^3} + \frac{M_S}{r_{ZS}^3}\right) : \left(\frac{M_M}{r_{ZM}^3} - \frac{M_S}{r_{ZS}^3}\right) = (h_M + h_S) : (h_M - h_S),$$

kde $L \ldots F_M$, $S \ldots F_S$, obdržíme $(h_M + h_S) : (h_M + h_S) = 45/25 = 9/5 \Rightarrow (F_M + F_S)/(F_M - F_S)$, po úpravě $F_M = 3½ F_S$.

Později Newton provedl korekci na postavení Měsíce, který byl ve skutečnosti v časovém okamžiku odečítání výšky hladiny 30° od postavení v syzygiích, vysoký příliv nastal až po syzygiích. Upřesněním obdržel

$$\frac{F_M + 0{,}7986355 F_S}{0{,}857032 F_M - 0{,}7986355 F_S} = \frac{9}{5},$$

odtud $F_M = 4½ F_S$.

Připomínáme, že správná hodnota poměru sil je $F_M = 2{,}2 F_S$. Při $M_S = 2{,}7 \,.\, 10^7\, M_M$ a $r_{ZS} = 395 r_{ZM}$ dostáváme

$$\frac{M_M}{M_S}\left(\frac{r_{ZS}}{r_{ZM}}\right)^3 \cong 2{,}2 \,.$$

Kde je chyba? Předpoklad

$$\frac{F_M + F_S}{F_M - F_S} = \frac{h_M + h_S}{h_M - h_S}$$

není zcela přesný. Výška hladiny závisí na tvaru dna a pobřežní linie, je odlišná na různých místech na Zemi.

Následně uvádíme důsledky věty 37 související s problematikou slapů.

Věta 37, důsledek 2

Protože síla Měsíce pohybující mořem je v poměru k tíhové síle jako 1:2 871 400, je evidentní, že tato síla je mnohem menší té, kterou sledujeme v pokusech s kyvadlem nebo v pokusech statických či hydrostatic-

kých. Pouze v mořských přílivech se tato síla citelněji projevuje.

Věta 37, důsledek 3

Protože síla Měsíce pohybující mořem je k obdobné síle Slunce jako 4,481 5:1 a protože tyto síly (kniha I, věta 66, důsledek 14) jsou úměrné patřičným hustotám Měsíce a Slunce a třetím mocninám jejich pozorovaných průměrů, pak hustota Měsíce je k hustotě Slunce v poměru

$$\frac{4{,}4815}{1}\left(\frac{32'12''}{31'16\tfrac{1}{2}''}\right)^3 = 4{,}891.$$

Jak Newton dospěl ke stanovení poměru hustot? Nechť úhlová velikost Měsíce na obloze je θ_M, platí $\sin\theta_M = R_M/r_{ZM}$, $M_M \sim \rho_M R_M^3 \sim \rho_M r_{ZM}^3 \sin^3\theta_S$, slapové působení $M_M/r_{ZM}^3 \sim \rho_M \sin^3\theta_M$, obdobně pro Slunce s úhlovou velikostí θ_S platí $M_S/r_{ZS}^3 \sim \rho_S \sin^3\theta_S$. Celkově

$$\frac{F_S}{F_M} \sim \frac{\rho_S \sin^3\theta_S}{\rho_M \sin^3\theta_M},$$

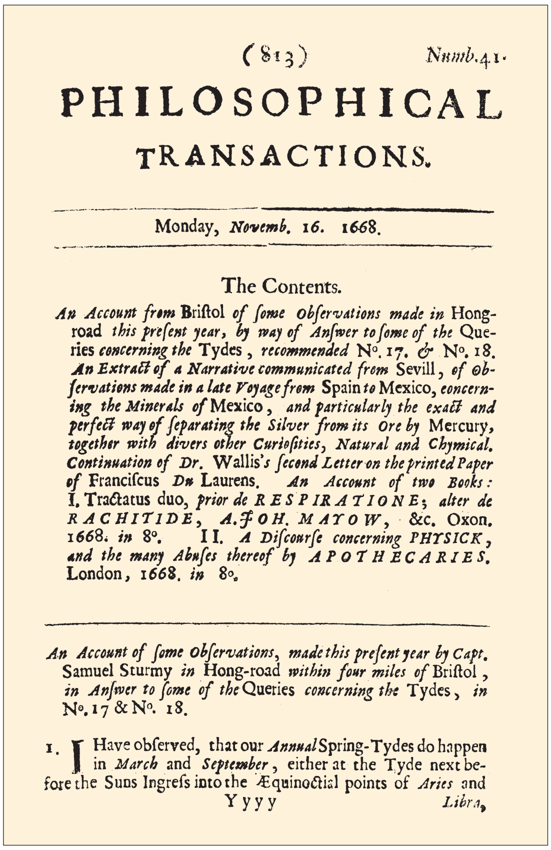
na obloze přibližně $\theta_M \cong \theta_S \Rightarrow F_S/F_M \sim \rho_S/\rho_M$, což dává $\rho_S/\rho_M \sim 1/4{,}9$. Výsledek je nesprávný, neboť výchozí předpoklad o poměru sil $F_M = 4\tfrac{1}{2} F_S$ byl značně nepřesný. Připomínáme, že ve skutečnosti je poměr hustot $\rho_S/\rho_M \sim 1{,}41/3{,}34 \sim 1/2{,}4$.

Věta 37, důsledek 4

Protože na základě astronomických pozorování je lineární průměr Měsíce k lineárnímu průměru Země jako 100:365, potom hmotnost Měsíce je v poměru k hmotnosti Země jako 1:39,788.

Věta 37, důsledek 5

Zrychlující tíhová síla na povrchu Měsíce je zhruba 3krát menší než na povrchu Země.



(813) Numb. 41.

PHILOSOPHICAL

TRANSACTIONS.

Monday, *Novemb.* 16. 1668.

The Contents.

An Account from Bristol *of some Observations made in* Hong-road *this present year, by way of Answer to some of the* Queries *concerning the* Tydes, *recommended* N°. 17. *&* N°. 18. *An Extract of a Narrative communicated from* Sevill, *of Observations made in a late Voyage from* Spain *to* Mexico, *concerning the Minerals of* Mexico, *and particularly the exact and perfect way of separating the Silver from its Ore by* Mercury, *together with divers other Curiosities, Natural and Chymical. Continuation of Dr.* Wallis's *second Letter on the printed Paper of* Franciscus *Du* Laurens. *An Account of two Books:* I. Tractatus duo, *prior de RESPIRATIONE; alter de RACHITIDE, A. JOH. MAYOW,* &c. Oxon. 1668. *in* 8°. II. *A Discourse concerning PHYSICK, and the many Abuses thereof by APOTHECARIES.* London, 1668. *in* 8°.

An Account of some Observations, made this present year by Capt. Samuel Sturmy *in* Hong-road *within four miles of* Bristol, *in Answer to some of the* Queries *concerning the* Tydes, *in* N°. 17 & N°. 18.

1. I Have observed, that our *Annual* Spring-Tydes do happen in *March* and *September*, either at the Tyde next before the Suns Ingress into the Æquinoctial points of *Aries* and

Yyyy *Libra*,

Obr. 5 Titulní strana Sturmyho článku měření výšky mořské hladiny.

Věta 37, důsledek 6

Vzdálenost středu Měsíce od středu Země je v poměru ke vzdálenosti střed Měsíce – hmotný střed soustavy Země – Měsíc (barycentrum) jako 40 788 ku 39 788.

Věta 37, důsledek 7

A střední vzdálenost středu Měsíce od středu Země bude zhruba 60 2/5 R_Z…

Obsah důsledků 4–7 věty 37 lze komentovat podle [11, 12] takto. V prvním vydání *Principií* uvádí Newton poměr hmotností $M_M : M_Z = 1:26$, ve druhém ho upravuje na $M_M : M_Z = 1:39{,}788$. Tato 100 % chyba v určení hmotnosti Měsíce má za následek velmi nepřesný výpočet hmotného středu – barycentra soustavy Země – Měsíc. Newton klade vzdálenost středů Měsíce a Země 1 187 379 440 pařížských stop, tedy 60,4 R_Z (1 pařížská stopa = 32,48 cm), střední vzdálenost středu Měsíce od barycentra je 1 158 268 534 pařížských stop, tudíž 58,9 R_Z.

V modelové situaci soustavy Země – Měsíc (barycentrum v ohnisku eliptické dráhy) pro vzdálenost středu primárního tělesa (Země) k barycentru platí vztah

$$r_1 = a\frac{M_M}{M_Z + M_M},$$

kde $a = r_1 + r_2$ je vzdálenost středů obou těles, tedy r_{ZM}. Po dosazení $M_M : M_Z = 1:39{,}788$ obdržíme

$$r_1 = 60{,}4\frac{1}{40{,}788} = 1{,}5\,R_Z,$$

tedy podle Newtona leží barycentrum mimo Zemi. Dále určíme $r_2 = a - r_1 = 58{,}9\,R_Z$, což odpovídá výsledku uváděnému v Principiích.

Jak je dnes víme, $M_M : M_Z = 1:81{,}3$, tudíž

$$r_1 = a\frac{M_M}{M_Z + M_M} = 60{,}4\frac{1}{82{,}3} = 0{,}73\,R_Z.$$

Proto se barycentrum nachází uvnitř Země, přibližně 1 700 km pod povrchem, na spojnici hmotných středů Země – Měsíc. Upřesnění polohy barycentra má zásadní důsledky pro správnou interpretaci slapů – oběh Země kolem něho.

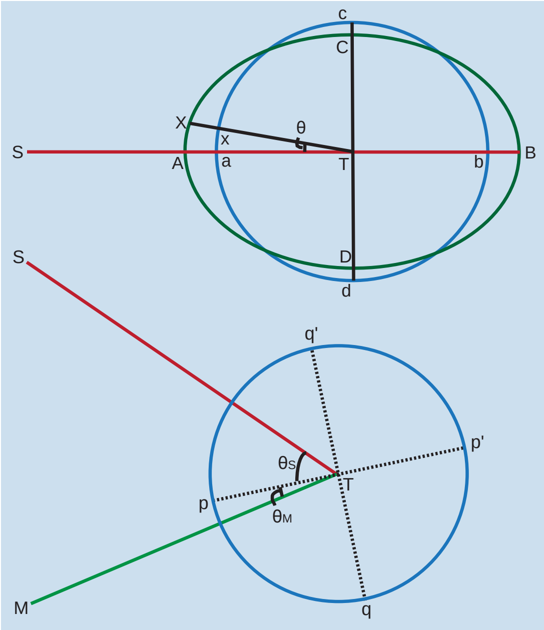
Důslednou analytickou teorii v rámci statické Newtonovy vytvořil **Daniel Bernoulli (1700–1782)** v [13], její následující rozbor vychází z [14, 15]. Autor předpokládal Zemi ve tvaru sféroidu – rotačního elipsoidu, vyplněného nestlačitelnou kapalinou měnící tvar, nikoliv objem, viz obr. 6, který nezachycuje měřítko. Pro sféroid platí **Aa** = 2**Cc**, odchylku (dmutí) **Xx** nad úrovní sférického tvaru Země adbc obecně vyjádříme v závislosti na úhlu θ při působení Slunce – S a Měsíce – M. Konkrétně při úhlech θ_S, θ_M, kde $\boldsymbol{h}$ je rozsah slunečních slapů, $\boldsymbol{H}$ – rozsah statických slapů Měsíce. Pro celkovou výslednou odchylku vyvolanou kombinovaným působením Slunce a Měsíce dostaneme

$$h\left(\cos^2\theta_S - \frac{1}{3}\right) + H\left(\cos^2\theta_M - \frac{1}{3}\right).$$

Výpočtem extrémů obdržíme maximální a minimální hodnoty Xx pro každé z těles, získáme čtyři úhly θ odpovídající bodům p, p', q, q', kde $p\,p'$ označuje postavení v syzygiích, maxima v délkách p, p' je příliv vysoký, minima v délkách q, q' je příliv nízký. Bernoulli propočítal úhly θ_M, hodinový úhel Měsíce v okamžiku

» Důslednou analytickou teorii v rámci statické Newtonovy vytvořil Daniel Bernoulli (1700–1782). «

» Další rozvoj teorie slapů spojený s přechodem k tzv. dynamické teorii spojujeme se jmény Pierra Simona de Laplacea, Williama Thomsona – lorda Kelvina, George Howarda Darwina a Horace Lamba. «



Obr. 6 Elipsoidální profil Země a úhlové polohy Slunce a Měsíce.

vysokého přílivu pro úhly v intervalu po 10°. Využil při výpočtech vztahy

$$\sin^2\theta_S = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{1+R^2}}\right), \text{ kde } R = -\frac{\sin 2\alpha}{\frac{h}{H} + \cos 2\alpha},$$

při $\alpha = \theta_S + \theta_M$. Předpokládal nástup přílivu při $|\sin\alpha| \ll 1$, zjednodušil přibližně

$$\sin\theta_S = \frac{H}{H+h}\sin\alpha\,,\ \sin\theta_M = \frac{h}{h+H}\sin\alpha\,.$$

Pro denní časové intervaly obdržel $T_M/T_S = \theta_M/\theta_S = h/H$, kde T_M je střední denní měsíční interval 24 hod 50 minut, T_S je střední denní sluneční interval 24 hod. Poměr časových intervalů odpovídal poměru působících měsíčních a slunečních slapových sil.

Ze záznamů výšek mořských hladin při přílivech z pobřeží Francie (Saint Malo) Bernoulli odvodil h/H = 0,40, což byla hodnota přibližně dvojnásobná, než získal z údajů na řece Avon v Bristolu Newton 1/4,48 = 0,22. Při použití hodnoty h/H = 0,40 a výše uvedených vztahů Bernoulli zkonstruoval tabulky časových příchodů přílivů po průchodu Měsíce poledníkem, tzv. intervaly měsíčních přílivů. Tabulky pro výpočet času přílivu při úhlové vzdálenosti Slunce a Měsíce jsou v prvním sloupci. První tabulka obsahuje tři sloupce, měsíční perigeum, střední vzdálenost a apogeum, které udávají intervaly měsíčních přílivů a efemeridy Měsíce. Druhá tabulka zachycuje průměrné časy přechodu, které lze aplikovat při výpočtech s menší přesností, jestliže nevyužijeme efemeridy Měsíce. V sloupcích perigeum, respektive apogeum je poměr h/H dělený třetí mocninou normalizované měsíční paralaxy (střední hodnota 1) vycházející z extrémů měsíční eliptické dráhy.

Další rozvoj teorie slapů charakterizovaný přechodem k tzv. dynamické teorii spojujeme se jmény **Pierra Simona de Laplacea (1749–1827)**, který zavedl hydrodynamické rovnice pohybu vodních mas, tzv. LTE, a interpretaci horizontálních složek slapových sil, **Williama Thomsona – lorda Kelvina (1824–1907)**, jenž rozpracoval aplikaci harmonické analýzy na slapový rytmus dvou periodicky se opakujících jevů, **George Howard Darwin (1845–1912)** zavedl myšlenku zpomalování rotace Země v důsledku slapů, a **Horace Lamb (1849–1934)**, který zobecnil do ucelené podoby dynamickou teorii slapů.

Literatura

[1] G. Galilei: *Discorso del flusso e reflusso del mare.* 1616.

[2] G. Galilei: *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo.* Fiorenza, 1632. Slovenský překlad: *Dialog o dvoch systémoch sveta.* VSAV, Bratislava 1962.

[3] J. Novotný: „Galileo Galilei a mořská dmutí“, Čs. čas. fyz. **44,** 58 (1994).

[4] P. Palmieri: „Re-examining Galileo´s theory of tides“, Arch. Hist. Exact Sci. **53,** 223 (1998).

[5] I. Newton: *The Principia – Mathematical Principles of Natural Philosophy.* University of California Press, Berkeley-Los Angeles-London 1989.

[6] V. Štefl: „Historie výkladu pohybu Měsíce od Hipparcha k Newtonovi“, Čs. čas. fyz. **59,** 89 (2009).

[7] J. Proudman: „Newton´s work on the theory of the tides“, In: *Isaac Newton 1642–1727, Memorial Volume.* G. Bell & Sons, London, 1927, s. 87.

[8] S. Chandrasekhar: *Newton´s Principia for the common leader.* Clarendon Press, Oxford 2005.

[9] S. Aoki: „The Moon-test in Newton´s Principia: Accuracy of inverse-square law of universal gravitation“, Arch. Hist. Exact Sci. **44,** 147 (1992).

[10] S. Sturmy: „Tides at Hong Road, four miles from Bristol“, Phil.Trans. R. Soc. Phil. Trans. R. Soc. London **3,** 813 (1668).

[11] N. Koollerstrom: „Newton´s two Moon tests“, Brit. J. Hist. Sci. **24,** 369 (1991).

[12] N. Koollerstrom: „Newton´s lunar mass error“, J. Brit. Astron. Assoc. **95,** 151 (1985).

[13] D. Bernoulli: *Traité sur le flux et réflux de la mer.* L´Académie Royale des Sciences. Paris 1752.

[14] E. J. Aiton: „The contributions of Newton, Bernoulli and Euler to the theory of the tides,“ Annals of Science 11, 206 (1955).

[15] D. E. Cartwright: *Tides A Scientific History.* Cambridge University Press, Cambridge 1999.

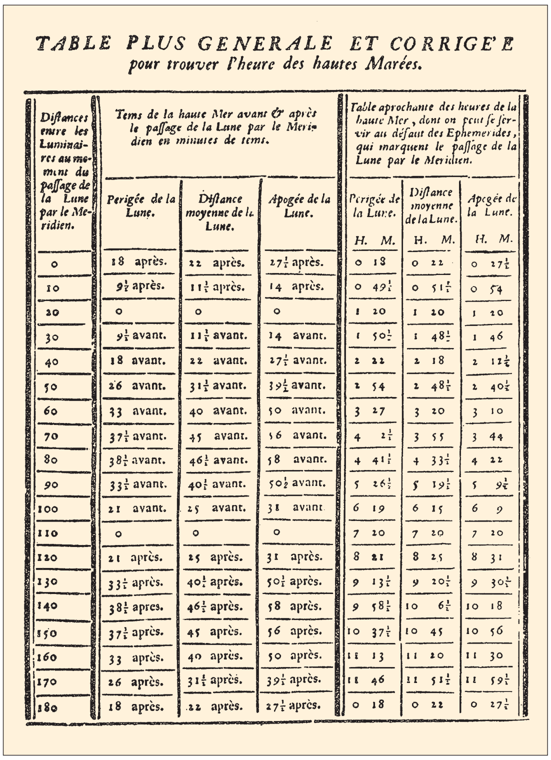


TABLE PLUS GENERALE ET CORRIGE'E
pour trouver l'heure des hautes Marées.

Distances entre les Luminaires au moment du passage de la Lune par le Meridien.	Tems de la haute Mer avant & après le passage de la Lune par le Meridien en minutes de tems.			Table aprochante des heures de la haute Mer, dont on peut se servir au défaut des Ephemerides, qui marquent le passage de la Lune par le Meridien.		
	Perigée de la Lune.	Distance moyenne de la Lune.	Apogée de la Lune.	Perigée de la Lune. H. M.	Distance moyenne de la Lune. H. M.	Apogée de la Lune. H. M.
0	18 après.	22 après.	27½ après.	0 18	0 22	0 27½
10	9½ après.	11½ après.	14 après.	0 49½	0 51½	0 54
20	0	0	0	1 20	1 20	1 20
30	9½ avant.	11½ avant.	14 avant.	1 50½	1 48½	1 46
40	18 avant.	22 avant.	27½ avant.	2 22	2 18	2 12¼
50	26 avant.	31½ avant.	39½ avant.	2 54	2 48½	2 40½
60	33 avant.	40 avant.	50 avant.	3 27	3 20	3 10
70	37½ avant.	45 avant.	56 avant.	4 2½	3 55	3 44
80	38½ avant.	46½ avant.	58 avant.	4 41½	4 33½	4 22
90	33½ avant.	40½ avant.	50½ avant.	5 26½	5 19½	5 9½
100	21 avant.	25 avant.	31 avant.	6 19	6 15	6 9
110	0	0	0	7 20	7 20	7 20
120	21 après.	25 après.	31 après.	8 21	8 25	8 31
130	33½ après.	40½ après.	50½ après.	9 13½	9 20½	9 30½
140	38½ après.	46½ après.	58 après.	9 58½	10 6½	10 18
150	37½ après.	45 après.	56 après.	10 37½	10 45	10 56
160	33 après.	40 après.	50 après.	11 13	11 20	11 30
170	26 après.	31½ après.	39½ après.	11 46	11 51½	11 59½
180	18 après.	22 après.	27½ après.	0 18	0 22	0 27½

Obr. 7 Bernoulliovy tabulky měsíčních intervalů.