

Historie výkladu pohybu Měsíce od Hipparcha k Newtonovi

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta MU, Kotlářská 2, 611 37 Brno

Pohyb Měsíce po obloze byl lidskými civilizacemi sledován již od starověku, velkou pozornost mu věnovali například Číňané a Babyloňané. Pravidelná pozorování Měsíce a následné teorie jeho pohybu měly řešit v podstatě dva úkoly – sestavení kalendáře a předpovídání zatmění. O systematickosti pozorování a studia Měsíce u zmiňovaných Babyloňanů svědčí například z období 720–381 př. n. l. zachování záznamů pozorování deseti měsíčních zatmění a první stanovení oběžných dob Měsíce, což je podrobně rozebíráno v [1, 2].

Babylonským astronomům bylo známo, že rovina jeho dráhy neleží v rovině ekliptiky, neboť zatmění Slunce a Měsíce se neopakovala pravidelně při každém úplňku, respektive novu. Výsledkem matematického zpracování pozorování bylo objevení několika časových intervalů, během kterých se sluneční a měsíční zatmění opakují. Nejznámější se stala perioda trvající 18 roků 11 1/3 dne, která byla později Řeky nazvána *saros*.

Babylonští astronomové při studiu Měsíce ve 4. st. př. n. l. zjistili, že rychlost jeho pohybu kolem Země není konstantní. Na tehdejší dobu přesná astrometrická měření umožnila stanovit rozdílné úhlové rychlosti pohybu Měsíce [3] a vedla k myšlence, že při přibližování Měsíce k Zemi rychlost narůstala, při vzdalování se naopak zmenšovala.

Na základě analýzy časových příchodů zatmění Slunce a Měsíce zkoumal Hipparchos (190–120) časovou délku základních oběžných dob charakterizujících pohyb Měsíce.

První byla *synodická oběžná doba*, časový interval mezi dvěma úplňky. Druhou oběžnou dobou upřesňovanou Hipparchem byla perioda oběhu Měsíce kolem Země vztahovaná k hvězdám, tedy *siderická oběžná doba*. Třetí oběžnou dobou vztahující se k pohybu Měsíce byl tzv. *anomalistický měsíc*, doba mezi dvěma následujícími průchody Měsíce perigeem jeho dráhy. Poslední oběžnou dobou zavedenou v pozdní antice Hipparchem byl *drakonický měsíc*, časový interval mezi dvěma průchody Měsíce přes výstupný dráhový uzel. V jeho době se předpokládala nehybnost Země a rovina ekliptiky byla rovinou dráhy, po které se Slunce pohybuje kolem Země. Pojem drakonický měsíc byl za-

veden až později ve středověku. Podkladem byla legenda, podle níž Slunce a Měsíc jsou v průběhu zatmění požírány drakem.

Podstatným přínosem Hipparcha bylo upřesnění všech výše uvedených oběžných dob Měsíce – zejména s velkou přesností určil délku trvání synodického měsíce. Podle analýzy v [4] vycházel z poměru středních úhlových rychlostí pohybu Měsíce a Slunce po obloze, který vyjádřil prostřednictvím poměru délky siderického roku a siderického měsíce

$$\frac{T_S}{T_M} = \frac{365,256}{27,322} = 13,369.$$

Měsíc se pohybuje po obloze 13,37krát rychleji než Slunce. Rychlost pozorovaného přibližování Měsíce a Slunce převyšuje rychlost pohybu Slunce 12,37krát, proto časová délka synodického měsíce je

$$T_{\text{sym}} = \frac{T_S}{\frac{T_S}{T_M} - 1} = \frac{365,256}{12,369} = 29,531.$$

Velké přesnosti dosáhl Hipparchos tím, že měl k dispozici zmiňované údaje babylonských astronomů o pozorování Měsíce za velmi dlouhé časové období. Shrnutí délek jednotlivých period oběhu Měsíce je zachyceno v následující tabulce, hodnoty jsou uváděny ve dnech:

	Hipparchos	současné údaje
synodický měsíc	29,530 592	29,530 588
siderický měsíc	27,321 679	27,321 661
anomalistický měsíc	27,554 568	27,554 550
drakonický měsíc	27,212 218	27,212 220

Hipparchos určil střední pohyby spojené s Měsícem. Přes ně se překládají četné nerovnoměrnosti, tzv. nerovnosti – odchylky, které byly astronomy v jeho přibližně rovnoměrném pohybu od západu k východu postupně odhalovány. Jejich detailnější studium umožnilo v antice vytvořit nejprve kinematický popis a později tvorbu modelů zachycujících pohyb Měsíce. Při jeho





Obr. 1 Klaudios Ptolemaios

interpretaci astronomové nikdy nepochybovali, kolem kterého tělesa Měsíc obíhá – vždy kolem Země. Platilo to jak v případě geocentrického, tak i heliocentrického uspořádání těles sluneční soustavy.

Nerovnoměrný pohyb Měsíce analyzoval Hipparchos. K jeho objasnění přijal prostorový model pohybu Měsíce v rovině skloněné k ekliptice pod úhlem 5° , kterou protíná ve dvou bodech – výstupném a sestupném dráhovém uzlu. Popsal rozdílné úhlové rychlosti pohybu Měsíce, v perigeu největší a v apogeju nejmenší.

K výkladu pozorované první nerovnosti používal Hipparchos jednoduchý kinematický model, ve kterém se Měsíc pohybuje ve směru hodinových ručiček po epicyklu. Jeho střed se pohybuje v opačném směru než epicykl po deferentu se středem ztotožněným se Zemí.

Pozdější interpretace pohybu Měsíce Klaudiem Ptolemaiem (90–165), viz obr. 1, se nejprve opírala o kinematický model vytvořený Hipparchem. Následně však model Ptolemaios dvakrát upravoval a doplňoval [5, 6].

Komplexní objasnění pohybu Měsíce v ekliptikální délce podal Ptolemaios ve čtvrté a páté knize Almagestu [7]. V úvodu čtvrté knihy ve druhé kapitole ke zkoumání pohybu Měsíce konstatuje: „*Tento krátký výklad je plně dostačující pro to, abychom si ujasnili, z jakých pozorování celkově vyplývá, jak určovat vše nezbytné pro teorii pohybu Měsíce. Pokusíme se nyní vytvořit, jakou metodu starověcí matematici astronomové používali při svých pokusech interpretovat pohyb Měsíce a také kterou metodu my sami pokládáme za nejvhodnější pro stanovení hypotéz nejvíce odpovídajících pozorováním.*“

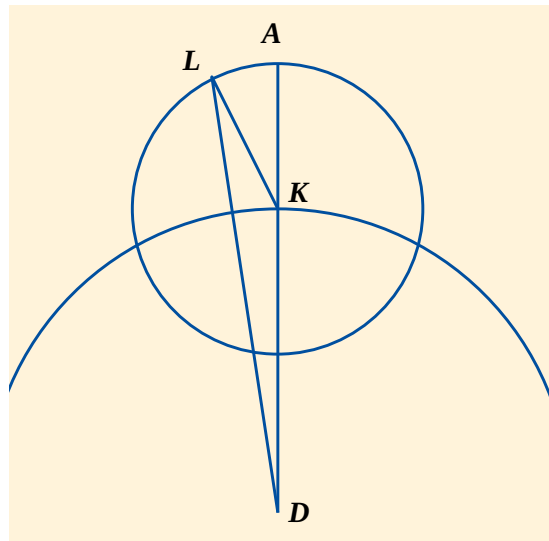
Jak popsat nerovnoměrný pohyb matematicky, jestliže tehdejší teorie předpokládaly pouze rovnoměrné kruhové pohyby? Geometrickými postupy Ptolemaios dokázal, že pohyb Měsíce po excentricky položeném kruhu – *excentru* – lze zachytit jako kombinaci dvou rovnoměrných kruhových pohybů. Po velkém kruhu – *deferentu* –, jehož střed leží ve středu Země, se pohybuje střed malého kruhu – *epicyklu* –, po kterém se v obráceném směru se stejnou úhlovou rychlostí pohybuje Měsíc. Ke stanovení poloměru deferentu a epicyklu využil metodu tří měsíčních zatmění vyvinutou Hipparchem.

V Almagestu Ptolemaios zvolil obdobný postup výkladu jako u pohybu Slunce, tedy nejprve propočítává střední denní pohyb Měsíce a určuje jeho hodnotu na $13,176^\circ$ za den. Následně popisuje tzv. *první nerovnost*, v současné terminologii známou pod názvem *velká nerovnost*, respektive *středová nerovnost*. Jde o rozdíl mezi pohybem skutečného a středního Měsíce v důsledku jeho nerovnoměrného pohybu po přibližně eliptické dráze kolem Země. Středním Měsícem rozumíme fiktivní Měsíc, který by se pohyboval rovnoměrně po kruhové dráze kolem Země. Maximální rozdíl mezi skutečným a středním Měsícem dosahuje $6^\circ 17,3'$. Do kinematických výpočtů poloh Měsíce v antické astronomii před Ptolemaiem byla zahrnována pouze tato první nerovnost, jejíž perioda činí 27,558 dne.

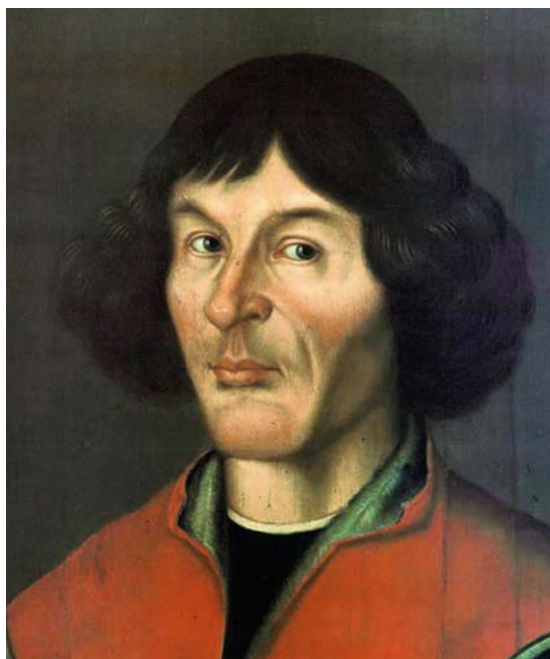
Při stanovení první nerovnosti Ptolemaios určil poměr poloměrů epicyklu a deferentu. Každé hodnotě anomálie AKL odpočítávané po epicyklu odpovídá určitý malý úhel KDL při středu deferentu D mezi směry na Měsíc L a na střed epicyklu K. Poměr mezi uvedenými úhly byl určován z $\triangle DKL$, viz obr. 2, ve kterém poloměr deferentu DK je pokládán za známý a rovný šedesáti částem. Úhel AKL je argumentem. Jestliže známe poloměr epicyklu KL, můžeme z úhlu AKL stanovit hledaný úhel KDL, tj. první nerovnost. Připomínáme, že anomálii rozuměl Ptolemaios úhlovou vzdálenost Měsíce od apogea jeho dráhy, určenou na epicyklu.

Ptolemaios se v Almagestu také zabýval *druhou nerovností* v pohybu Měsíce, variací velké nerovnosti, nyní nazývanou *evekce*. Konstatuje, že v první a třetí čtvrti se Měsíc předbíhá na obloze o více než dva své úhlové průměry od propočítané polohy, jak zaznamenal již dříve Hipparchos. Podrobný kinematický popis jevu vytvořený zřejmě metodou zkoušek, však pochází až od Ptolemaia. Z dnešních astrometrických měření víme, že v důsledku evekce se Měsíc odchyluje od polohy na střední dráze až o $1^\circ 17'$, což odpovídá zmiňovaným dvěma úhlovým průměrům Měsíce. V Almagestu Ptolemaios hovoří o výše popsané nerovnosti jako o *kolísání*. Termín *evekce* zavedl až v roce 1645 francouzský astronom Ismaël Boulliau (1605–1694).

Ptolemaios v páté knize Almagestu, v kapitolách 1 až 5, částečně pozměnil kinematický model pohybu Měsíce Hipparcha tak, aby interpretoval i druhou nerovnost – evekci. Měsíc se v modelu pohybuje rovnoměrně v retrográdním směru na epicyklu, jehož střed se dále



Obr. 2 Ptolemaiovo určení první nerovnosti



Obr. 3 Mikuláš Koperník

pohybuje po deferentu. Zemi umístil mimo střed deferentu, dále zavedl tzv. *ekvant*, bod na opačné straně než Země vzhledem ke středu deferentu. Hypotetický pozorovatel tam umístěný by pozoroval pohyb středu epicyklu po deferentu rovnoměrnou rychlostí. To umožnilo přesnější výpočet délek Měsíce. Prostřednictvím tabulky nerovností pohybu Měsíce Ptolemaios v *Almagestu* objasňuje, jak lze nalézt pro libovolný časový okamžik délku, šířku, anomálii a elongaci Měsíce od Slunce, tedy kinematické parametry dráhy Měsíce.

Pro praktické výpočty skutečných délek Měsíce v *Almagestu* používal Ptolemaios vztah $\lambda(t) = \lambda_{stf}(t) \pm p(a_{stf})$, kde $\lambda_{stf}(t)$ byla střední délka v čase t a $p(a_{stf})$ byla korekce zavedená Ptolemaiem pro vystižení první a druhé nerovnosti pohybu Měsíce.

Z matematického zpracování Ptolemaiovy teorie byl v současné době odvozen vztah pro nerovnost v délce E Měsíce, upravený do moderní notace $E = 6^\circ 20' \sin l + 1^\circ 19' \sin(2D - l) + 19' \sin 2l$, kde l je střední anomálie Měsíce, D je rozdíl středních délek Měsíce a Slunce.

Souhlas s pozorovacími údaji dávala Ptolemaiova teorie především v syzygiích, méně již v kvadraturách či dalších polohách. Její praktickou aplikací byl výklad slunečních a měsíčních zatmění. V době pozdní antiky, kdy se veškerá pozorování prováděla pouhým okem, byla přesnost teorie plně dostačující. Zachycovala však pouze pozorované polohy Měsíce na obloze, prostorová problematika v ní nebyla důsledně řešena.

V moderní symbolice za předpokladu pohybu Měsíce v rovině x, y můžeme model deferentu a epicyklu [8] popsat vztahy $z = x + iy$, $z = ae^{i\omega_1 t}(1 + \epsilon e^{i\omega_2 t})$, kde parametry $a, \epsilon, \omega_1, \omega_2$ získáme fitováním pozorovacích údajů.

Ptolemaiovův kinematický model nebyl zcela výstižný a musel být upravován, neboť postupně narůstal rozdíl teoretických a pozorovaných poloh. K modernizaci došlo ve 14. století, kdy arabský astronom a matematik Ibn-aš-Šátir (1304–1375) vytvořil alternativní model, jehož podrobný popis je zachycen v [9, 10, 11]. Později byl převzat a doplněn polským astronomem Mikulášem Koperníkem (1473–1543), viz obr. 3.

Jeho interpretace pohybu Měsíce je zachycena ve spisu „De revolutionibus orbium coelestium“, česky

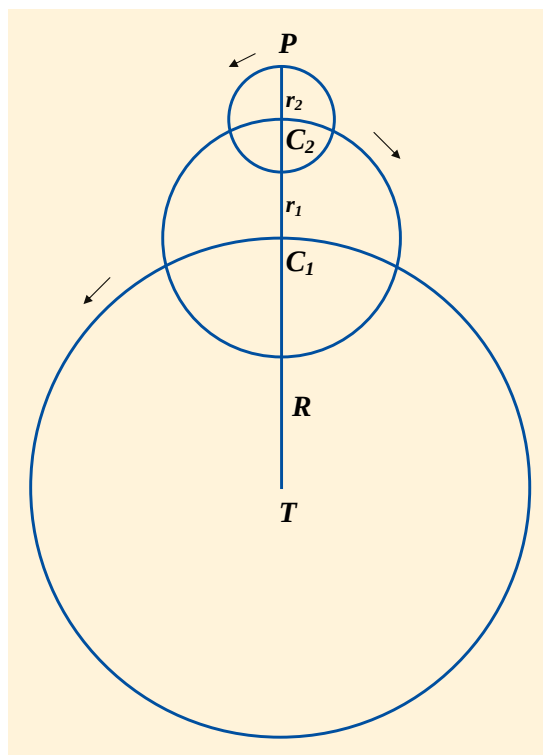
„O obězích nebeských sfér“ [12]. Motivaci ke studiu Měsíce charakterizuje autor v úvodu čtvrté knize slovy: „Nyní si žádá vysvětlení běh Měsíce. To předně proto, že s jeho pomocí se dají poznat a určit jak ve dne, tak i v noci polohy každé hvězdy, za druhé proto, že Měsíc jediný ze všech nebeských těles obíhá kolem Země...“

Kritická analýza Ptolemaiovy teorie pohybu Měsíce vedla Koperníka k závěru: „Jestliže přijmeme rovnoměrný pohyb středu epicyklu kolem středu Země, pak musíme přijmout, že jeho pohyb po vlastní dráze a zejména excentru musí být nerovnoměrný.“

Odmítl kinematický model Měsíce Ptolemaia, neboť především vzdálenost Země – Měsíc v něm byla uváděna velmi nepřesně, měnila se v jeho teorii až o jednu třetinu. Připomeňme, že Ptolemaios konstatoval, že střední vzdálenost Měsíce v úplňku nebo ve fázi novu je rovna $59 R_Z$ s možným intervalem $(54–64) R_Z$, zatímco v první čtvrti je $38,7 R_Z$ s kolísáním $(33,6–43,8) R_Z$. Úměrně tomu by se musel značně měnit úhlový průměr Měsíce, což však bylo v rozporu s pozorováními jak samotného Koperníka, tak i jiných astronomů. Úhlový průměr Měsíce se mění ve skutečnosti v mezích $29'20''–33'32''$, tedy zhruba o 13 %, neboť interval vzdáleností Měsíce činí $(55,9–63,8) R_Z$.

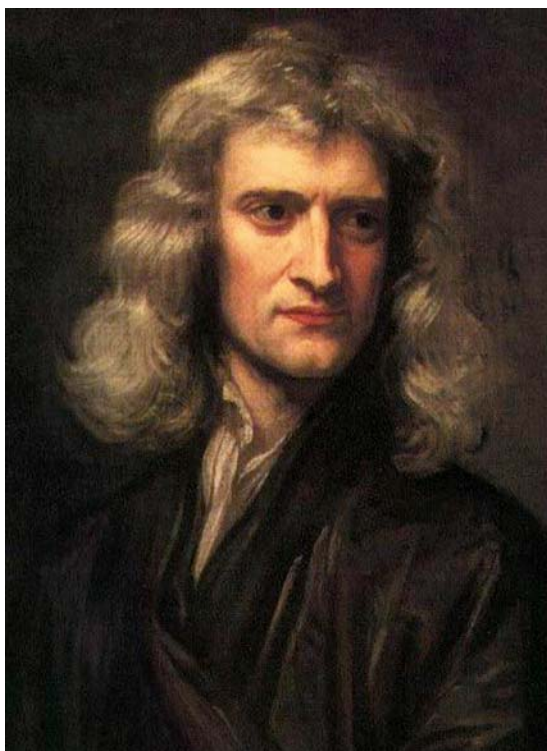
Koperník věnuje pozornost výkladu nerovností pohybu Měsíce, ve čtvrté knize v 5. kapitole „Oběhů“ uvádí: „Podali jsme výklad rovnoměrných pohybů Měsíce, pokud jsme je až dosud mohli poznat. Nyní je nám třeba se pustit do zdůvodnění nerovnoměrnosti. Podáme o ní výklad pomocí epicyklu, a to nejprve o té, která nastává při konjunkci a opozici se Sluncem; v souvislosti s ní prokázali staří matematici takový ostrovtip v triádách měsíčních zatmění. Tuto cestu, kterou připravili, budeme následovat a budeme zkoumat tři zatmění, kterými se důkladně zabýval Ptolemaios...“

Koperníkův model pohybu Měsíce, inspirovaný myšlenkami Ibn-aš-Šátira, vycházel ze soustavy tří kruhových pohybů a je zachycen v [13], viz obr. 4. Prvním byl pohyb sféry deferentu, jejíž střed je souhlasný



Obr. 4 Koperníkův model pohybu Měsíce





Obr. 5 Isaac Newton

se středem Země. Po deferentu obíhal střed velkého epicyklu, proti směru hodinových ručiček. Jeden oběh vykonal za 29 dnů, 31 prvních, 50 druhých, 8 třetích, 9 čtvrtých a 20 pátých šedesátých částí dne; připomínáme, že Koperník nepoužíval desetinnou soustavu. Střed malého epicyklu obíhá po kružnici prvního epicyklu, ve směru hodinových ručiček s dvakrát větší úhlovou rychlostí, takže v průběhu synodické oběžné doby vykoná na něm dva oběhy. Poměr poloměrů velkého a malého epicyklu je 1 097:237, tj. 4,63:1. Tři poloměry kruhů mají numerické hodnoty $R = TC_1 = 60$; $0, r_1 = C_1C_2 = 6$; $35, r_2 = C_2P = 1$; 25 . Parametry tak dávají pro maximální vzdálenost Země – Měsíc $R + (r_1 + r_2) = 68$; 0 , pro minimální vzdálenost $R - (r_1 + r_2) = 52$; 0 . Ve výše propracovaném schématu Koperníka se střední úhlový průměr Měsíce mění od $28,8'$ do $37,6'$, což odpovídalo lépe hodnotám získávaným tehdy při pozorováních.

Porovnání obou historických kinematických modelů vede k závěru, že zatímco u Ptolemaia byl poměr vzdáleností Měsíce od Země v perigeu a apogeu 1:2, u Koperníka byl zpřesněn na 3:4. Připomínáme, že ve skutečnosti je poměr 7:8. Další rozdíl spočívá v tom, že u Ptolemaia je největší vzdálenost Měsíce v syzygiích, zatímco u Koperníka v kvadraturách.

Shrnuto, Koperník podrobil kritice složitý Ptolemaiovův model zachycující pohyb Měsíce s použitím ekvantu. Proto ho odebral a umístil Zemi do středu deferentu, přidal druhý epicykl, tehdy nazývaný *epicykl*.

V roce 1582 dánský astronom Tycho Brahe (1546–1601) objevil další nerovnost v pohybu Měsíce – *variace*, pozoroval pokles rychlosti pohybu Měsíce od syzygií ke kvadratuře. Odchylka s amplitudou necelých $40'$ má periodu 14,76 dne. Je nulová v novu a úplňku, čímž vysvětlujeme její pozdní objev. Neprojevila se při zatměních, která byla hlavním zdrojem informací o pohybu Měsíce ve starověké a antické astronomii. Výklad variace způsobené tečnou složkou poruchové

ho zrychlení podal anglický matematik a fyzik Isaac Newton (1643–1727), viz obr. 5.

Druhou Tychonem Brahem objevenou odchylkou od rovnoměrného pohybu Měsíce byla *roční nerovnost*, vznikající v důsledku excentricity zemské dráhy. Jak vyložil později Newton, v období pohybu Země v perihéliu (v lednu) je silové působení Slunce větší, Měsíc se vzdaluje a zpomaluje. Naopak v období afélie (v červenci) je silové působení Slunce nejslabší, Měsíc se přibližuje a zrychluje. Amplituda v oběžné době činí asi 10 minut, v délce zhruba $11'$. Příčinou roční nerovnosti je změna hodnoty radiální složky poruchového zrychlení.

Přesná pozorování Tychona Braheho umožnila odhalit periodickou změnu sklonu měsíční dráhy k ekliptice v rozmezí $4^\circ 58,5'$ do $5^\circ 17,5'$, kterou předchůdci včetně Koperníka ještě neznali.

Dalšími stále ještě kinematickými modely pohybu Měsíce se nebudeme podrobněji zabývat, vytvořili je Tycho Brahe a německý astronom Johannes Kepler (1571–1630) a zejména v roce 1640 anglický astronom Jeremiah Horrocks (1618–1641). Ten popsal geometricky evekci prostřednictvím pohybující se proměnné elipsy, vyložil velmi přibližný zákon variace evekce a pohybu přímky apsid. Předpokládal pohyb ohniska dráhy po epicyklu kolem střední polohy. Horrocksem končí období tvorby kinematických modelů, které se snažily zachytit polohy Měsíce na obloze a jeho pohyb, dynamickým vysvětlením pohybu se však nezabývaly.

Pozorování pohybu Měsíce se zdokonalilo v 17. století, kdy pomocí dalekohledu bylo možné podstatně zpřesnit stanovení jeho poloh. Dalekohled se záměrným křížem vyvinutý anglickým astronomem Johnem Flamsteedem (1646–1719) umožňoval určování poloh se střední chybou $10''$. Pro srovnání, odchylce polohy Měsíce o 2 km odpovídá úhel $1''$. Přesná pozorovací data o polohách Měsíce poskytovali Newtonovi právě Flamsteed a anglický matematik a astronom Edmond Halley (1656–1742). K upřesnění údajů tak vznikla nutnost vytvořit odpovídající novou dynamickou teorii pohybu Měsíce, která by vysvětlovala objevené nepravidelnosti tohoto pohybu.

Vnější motivací k řešení pohybu Měsíce byly praktické účely – výpočty efemerid Měsíce a pomocí nich stanovení zeměpisné délky na moři. V počátcích k nim přistupovalo navíc ověřování správnosti samotného zákona všeobecné gravitace. Je proto přirozené, že první fyzikálně podloženou teorii vytvořil Newton.

Původně jednoduchý model, tzv. problém dvou těles, předpokládající pohyb Měsíce po eliptické dráze kolem Země Newton zavrhl. Z astronomických pozorování známých v jeho době bylo zřejmé, že reálný měsíční pohyb se s řešením problému dvou těles neshodoval. Do úvah Newton zahrnul gravitační ovlivňování pohybu Měsíce Sluncem. Proto je vhodnější vyjádření, že při zkoumání pohybu Měsíce studoval zvláštní případ problému tří těles.

Uvažovanou hlavní silou ovlivňující pohyb Měsíce je gravitační působení Země. V nebeské mechanice posuzujeme velikost gravitačního působení prostřednictvím zrychlení, kterým ovlivňuje jedno kosmické těleso druhé. Země udílí Měsíci tzv. *zrychlení hlavní*, rovné přibližně $3 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$, jehož závislost na vzdálenosti je r^{-2} . Tzv. *poruchové zrychlení* Měsíce, vyvolané rozdílem gravitačního silového působení Slunce na Měsíc a Zemi, je malé, ale ne zanedbatelné. Poruchové zrych-

lení závisí na vzdálenosti v závislosti r^{-3} . Jeho velikost dosahuje v situaci, kdy je Měsíc při oběhu kolem Země ve větší nebo naopak menší vzdálenosti než Země, přibližně 1 % hodnoty zrychlení od hlavního tělesa – Země –, tedy $3 \cdot 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$. Dynamika změn zrychlení je závislá na vzájemných vzdálenostech Měsíce, Země a Slunce, mění se v průběhu oběhu Země kolem Slunce i Měsíce kolem Země.

Vliv Slunce vede k tomu, že dráha Měsíce mění svoji polohu v prostoru. Nejdůležitější a z dlouhodobého časového hlediska sekulární poruchy měsíčního pohybu jsou dvě. Uzlová přímka se stáčí od východu k západu v rovině ekliptiky ve směru opačném proti pohybu Měsíce na jeho dráze. Proto se mění hodnota délky výstupného uzlu o $19,3^\circ$ za rok. Úplný oběh uzlové přímky se uskuteční s periodou 18,6 roku. Druhou poruchou pohybu Měsíce je stáčení přímky apsid o hodnotu $40,7^\circ$ za rok, vedoucí ke stáčení perigea s periodou 8,85 roků. Dráhové elementy Měsíce zachycující výše uvedené změny se tak mění, podrobují se periodickým poruchám. Například se mění výstřednost dráhy v intervalu 0,044 do 0,072, sklon měsíční dráhy v důsledku působení kolmé složky poruchového zrychlení kolísá v intervalu od $4^\circ 59'$ do $5^\circ 18'$.

V historii astronomie první fyzikálně podloženou dynamickou teorií pohybu Měsíce vytvořil Newton. Proces její tvorby byl namáhavý a obtížný, jak se svěřoval svému příteli Halleymu: „*Pohyb Měsíce je velmi komplikovaný, jeho studium přináší mě hlavě bolest, jež se často probouzí, tak že nechci o něm více přemýšlet.*“

V předmluvě k prvnímu vydání spisu „*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*“, česky „*Matematické principy přírodní filozofie*“ [14], Newton explicitně vzdvihuje tematiku pohybu Měsíce, výklad vzájemného silového působení Země, Měsíce a Slunce. Uvádí, že ji umístil do dvaceti dvou důsledků k větě 66, což mu umožnilo plynulejší a souvislejší výklad, odpovídající

důležitosti problematiky. Současně však v předmluvě přiznává nedokonalost vlastního objasnění. Nejúplnější Newtonův výklad pohybu Měsíce je až v třetím vydání, jehož titulní list je na obr. 6.

V textu „*Principií*“ záměr vyložit pohyb Měsíce charakterizuje takto: „*Přeji si ukázat těmito výpočty pohybů Měsíce, že mohou být propočítány jako příklady gravitační teorie.*“

Řečeno současnou terminologií, Newton použitím zákona všeobecné gravitace odvodil poruchové jevy v soustavě Země – Měsíc vyvolané Sluncem, přičemž do výpočtů zahrnul pouze konstantní část poruch způsobených Sluncem. Při výkladu autor nezachytil všechny jednotlivé postupné kroky svých úvah a následných výpočtů, což činí text nesystematickým. Velmi často ani nerozebírá, jak k uváděným výsledkům při odvozování dospěl. Místy Newton používá intuitivní náhledy podložené rozbořem gravitační interakce tří těles, v některých případech s velkým stupněm obraznosti. Pro své matematické úvahy využívá především metody syntetické geometrie.

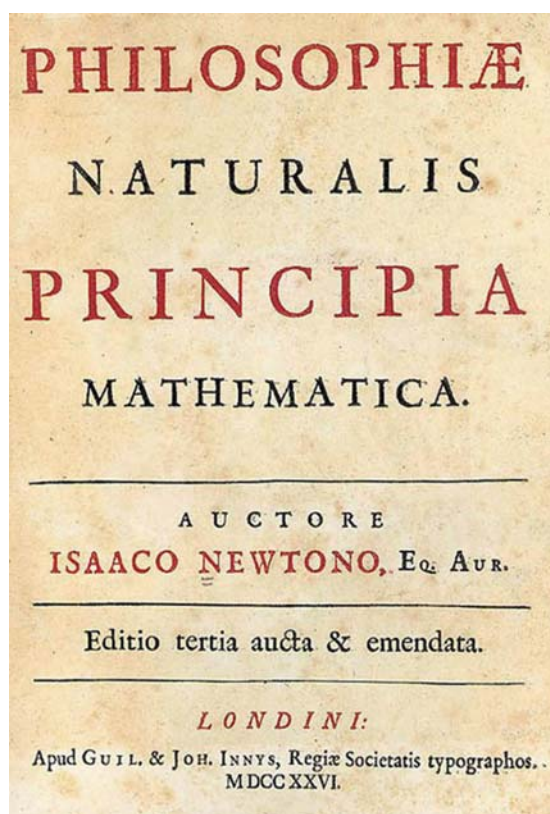
Newtonova teorie pohybu Měsíce je zachycena v první a třetí knize „*Principií*“. V první knize nejprve ve větách 43–45 obecně diskutuje možnou rotaci Keplerovy elipsy. Při pohybu po eliptické dráze předpokládá pouze působení dostředivých sil a platnost II. Keplerova zákona. Ve větě 44 Newton uvádí: „*Rozdíly sil, nutících pohybovat se jedno těleso po nepohyblivé dráze, druhé po stejné, ale rovnoměrně rotující dráze, je nepřímo úměrný třetí mocnině vzdálenosti těchto těles od středu.*“ V komentáři k této větě slovně konstatuje skutečnost, dnes vyjádřitelnou vztahem pro radiální pohyb

$$m_0 \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{d\varphi}{dr} + \frac{L^2}{m_0 r^3},$$

což je podrobně diskutováno v [8]. Aniz by Newton explicitně definoval pojem momentu hybnosti, zavádí myšlenku zachování momentu hybnosti L .

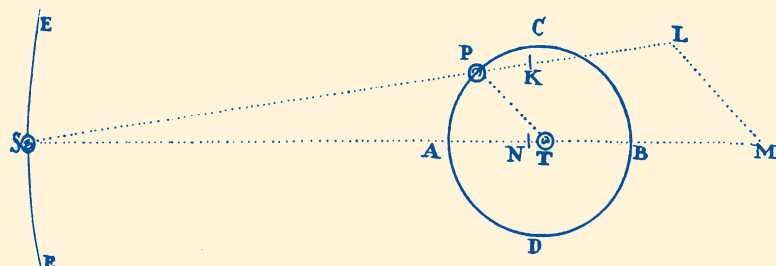
Komplexnější výklad je v poučkách k větě 66, která v Newtonově podání zní: „*Tři tělesa se vzájemně přitahují silami, nepřímo úměrnými druhé mocnině vzdálenosti, obě menší obíhají kolem třetího největšího. Potom plochy opsané rádius-vektory, vedené od středního a bližšího k největšímu, budou těsněji úměrné časům a jeho dráha blízká k eliptické, do jejíhož ohniska se rádius-vektory sbíhají, když největší těleso se bude pohybovat pod působením uvedených přitažlivostí.*“ Newton modeluje konkrétní situaci, oběh soustavy Země – Měsíc kolem Slunce. Konstatuje, že při nepřítomnosti poruchového působení Slunce by dráha Měsíce kolem Země byla eliptická.

Ve dvaceti dvou poučkách zahrnujících patnáct stran výkladového textu provádí Newton fyzikální rozbor situace pohybu Měsíce kolem Země a naznačuje řešení problému tří těles. Celkem sedmkrát využívá k analýze poruchových vlivů Slunce na soustavu Země – Měsíc (obr. 7), kde S (Sol) označil Newton Slunce – rušící těleso, Z (Tellus) – centrální těleso a P (planetu) – Měsíc. Řeší přibližnou úlohu, pro zjednodušení popisuje pohyb Měsíce kolem Země kruhovou dráhou, s vědomím malé výstřednosti 0,055 měsíční dráhy. V textu však analyzuje pohyb po dráze eliptické, například evkece je možná pouze v případě eliptické dráhy. Newton si uvědomoval, že poruchové vlivy Slunce na Zemi jsou téměř stejné jako na Měsíc, neboť



Obr. 6 Titulní list třetího vydání Principií





Obr. 7 Newtonův obrázek k výkladu pohybu Měsíce, podle Cohenova překladu, str. 573

obě tělesa se nacházejí přibližně ve stejné vzdálenosti od něho. Existující malé rozdíly silového působení však způsobují nepravidelnosti v pohybu Měsíce.

Sledujme klíčový text v Principiích k větě 66 v poučce 26 zachycující působení tří sil na těleso P (Měsíc): „První směřuje k bodu T (Země), jde o sílu vzájemné přitažlivosti Země a Měsíce. Pod působením této jediné síly by Měsíc musel obíhat kolem Země po eliptické dráze, nehybné nebo pohybující se, jejíž ohnisko se nachází ve středu Země a spojnice Měsíc – Země opisuje plochy úměrné časům.

Druhá síla je přitažlivost LM, rovnoběžná s PT. Skládá se s první silou, její působení nenarušuje zákon úměrnosti ploch a časů. Tato síla neklesá nepřímo úměrně se čtvercem vzdálenosti Měsíc – Země, proto po složení s předcházející silou je výslednicí síla, pro niž neplatí zákon nepřímé úměrnosti čtverci vzdálenosti tím více, čím větší je poměr druhé síly k první při stejných ostatních podmínkách. Protože síla, pod působením které těleso opisuje eliptickou dráhu kolem ohniska T, musí směřovat k tomu bodu a být nepřímo úměrná kvadrátu vzdálenosti PT k němu, složená síla ve stejné míře ubývá a nutí dráhu PAB se odklánět od eliptického tvaru s ohniskem v bodě T. Tato odchylka bude tím větší, čím větší je poměr druhé síly LM k první při stejných ostatních podmínkách.

Dále na těleso P (Měsíc) působí třetí síla po přímce rovnoběžné s ST. Při skládání s předcházejícími působí stejně, ale již nesměruje od P k T. Odklání se od tohoto směru tím více, čím je větší poměr této třetí síly k prvním dvěma při stejných ostatních podmínkách. Tudiž při pohybu tělesa P (Měsíce) spojnice PT již nebude opisovat plochy úměrné času a odchylka od této úměrnosti bude tím větší, čím je větší poměr třetí síly k prvním dvěma.“

Přeloženo do současné terminologie, první popisovanou silou je gravitační přitažlivost mezi Zemí a Měsícem. Platí pro ni II. Keplerův zákon – plochy opsané

Měsícem při pohybu jsou úměrné časům. Dále Newton zavádí zrychlující sílu Slunce a rozlišuje dvě její složky. Jedna složka je rovnoběžná se silou mezi Zemí a Měsícem, druhá směřuje od Slunce k Země. První složka síly neklesá nepřímo úměrně s čtvercem vzdálenosti, vnáší tak poruchy do pravidelného měsíčního pohybu kolem Země podmíněného první silou. Druhá složka síly v kombinaci se dvěma předcházejícími silami vyvolává odchylky od eliptického tvaru dráhy a II. Keplerova zákona. Takto Newton objasnil nerovnosti v pohybu Měsíce. V textu „Principií“ provádí výpočet poměru sil Měsíce a Slunce, včetně explicitního uvedení závislosti poruchových sil $\sim 1/r^3$.

S menší úpravou původního Newtonova obrázku dostaneme obr. 8 – při předpokladu, že hmotnost Slunce, Země a Měsíce je soustředěna v hmotných středech těles, bychom v nyní používané symbolice zapsali pohybovou rovnici Měsíce

$$\ddot{\vec{r}}_{TP} + \frac{G(M_T + M_P)}{r_{TP}^3} \vec{r}_{TP} = GM_S \left[\frac{\vec{r}_{TS} - \vec{r}_{TP}}{(r_{TS} - r_{TP})^3} - \frac{\vec{r}_{TS}}{r_{TS}^3} \right],$$

viz [15].

Předpokládáme, že Země se nachází v počátku souřadné soustavy.

Druhý člen na levé straně rovnice zachycuje hlavní sílu působící na Měsíc od Země, člen na pravé straně popisuje poruchovou sílu vyvolanou Sluncem na Měsíc. Slunce má hmotnost 33000krát větší než Země, zatímco průměrná vzdálenost Měsíce od Slunce je 390krát menší než Země. Po dosazení číselných hodnot obdržíme, že hlavní síla je asi 70krát větší než poruchová síla.

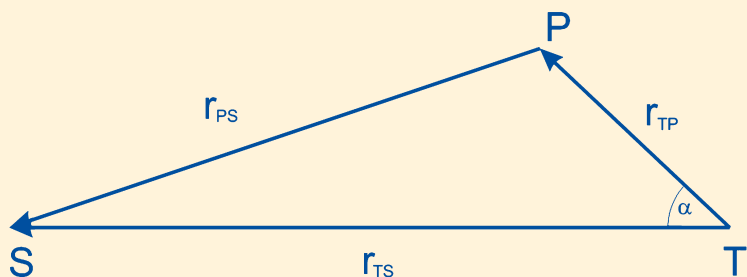
Druhý celek věnovaný pohybu Měsíce je v „Principiích“ v třetí knize, začíná větou 22 a jejím konstatováním, že všechny pohyby Měsíce a nerovnosti těchto pohybů již vyplývají z vyložených základů.

Ucelenější část je od věty 25, úlohy 6, využívající k rozboru výše uvedený klíčový obrázek z první knihy při vyjádření síly Slunce vyvolávající poruchy pohybu Měsíce. Následují věty 27–29, v nichž se Newton zabývá určováním vzdálenosti Měsíce od Země, stanovením průměru dráhy Měsíce a hledáním nerovností pohybu Měsíce. Další věty 30–35 rozebírají pohyb uzlů Měsíce, střední i časový v případě eliptické dráhy, analyzují změny sklonu dráhy Měsíce v čase.

Mimo jiné Newton podává ve výkladu fyzikální vysvětlení evkece, příčinu spatřuje ve změnách polohy Měsíce vzhledem k Slunci. V novu je Měsíc v menší vzdálenosti ke Slunci než Země, přitažlivá síla Slunce vyvolává vzdalování Měsíce od Země. Měsíční dráha je tak protažena ve směru ke Slunci, což Newton zachytil ve třetí knize „Principií“, ve větě 29, podrobnější fyzikálně-historický rozbor je v publikaci [16].

Newton použil tečnou složku poruchového zrychlení k objasnění změn rychlosti Měsíce na jeho dráze a vyložil tak Tychonem Brahem objevenou variaci. Tečná složka zrychlení vyvolává zpomalování nebo zrychlování měsíčního pohybu. Protože velikost jevu je úměrná $\sin 2\alpha$ (α je úhel PTS), je poruchové zrychlení Měsíce kladné mezi kvadraturou a syzygií a záporné při přechodu od syzygie ke kvadratuře. Od novu k první kvadratuře tečná složka zpomaluje pohyb Měsíce, od první kvadratury k úplňku zrychluje pohyb Měsíce.

Ve výkladu Newton rozebírá, že v dnešní terminologii dráhový moment hybnosti Měsíce vzhledem k Země je větší v syzygiích než v kvadraturách (rychlost Měsíce



Obr. 8 Problém tří těles

je větší v syzygiích než v kvadraturách). Měsíční dráha je více zakřivena v kvadraturách než v syzygiích, protože poruchové síly Slunce klesají se zemskou přitažlivostí v syzygiích. Dále Newton vysvětluje, že Měsíc se nachází ve větší vzdálenosti od Země v kvadraturách než v syzygiích.

Ve shrnutí lze konstatovat, že Newton v „Principiích“ vyložil pravidelný pohyb Měsíce kolem Země, gravitační přitažlivosti mezi oběma tělesy, nerovnosti v pohybu jako důsledek poruch vyvolaných gravitačními silami Slunce [17, 18]. Newtonovi se podařilo, jak sám uvádí, nalézt sílu Slunce vyvolávající poruchy pohybu Měsíce. Jinými slovy zahrnout do svých výpočtů poruchové působení Slunce.

Kvalitativně objasnil pohyb uzlové přímky měsíční dráhy a periodické změny jejího sklonu k ekliptice, podal interpretaci variace. Číselné výsledky uvedl pouze u dvou jevů – pohybu uzlové přímky a posuvu perigea. Částečný úspěch Newtonovy teorie poruchového pohybu Měsíce byl podmíněn dvěma okolnostmi. Zkoumáním pohybů blízkých ke kruhovým a zahrnováním do výpočtů poruch pouze členů úměrných kvadrátu poměru vzájemných vzdáleností. Rovnice spojující rychlosti změn dráhových elementů se složkami poruchových sil v „Principiích“ uvedeny nejsou.

Všechny problémy se Newtonovi kvantitativně vyřešit nepodařilo, např. zpočátku neúplně objasnil posuv perigea. Ve spisku *Theoria Lunae*, česky *Teorie Měsíce* [19], vydaném roku 1702, jehož upravený obsah byl zařazen do „Principií“ od jejich druhého vydání, Newton konstatoval, že střední pohyb Měsíce a perigea jeho dráhy neobdržel s dostatečnou přesností. Výpočtem posuvu perigea dospěl k hodnotě $1^{\circ}31'28''$ za jeden oběh, tedy 2krát menší než pozorované – $3^{\circ}48''$. Teprve až koncem 19. století byl ve sbírce lorda Portsmoutha nalezen rukopis obsahující Newtonovu obecnou metodu propočtu poruchového působení Slunce vedoucí ke správné hodnotě posuvu perigea, jak je podrobněji rozebíráno v [20, 21].

Poruchy v pohybu Měsíce dosahují relativně velkých hodnot a jsou značně proměnné, jeho dráha se podstatněji odlišuje od eliptické vyplývající z řešení problému dvou těles. Proto vypracování teorie pohybu Měsíce bylo jedním z nejobtížnějších problémů nebeské mechaniky v historii astronomie novověku. Složitost matematického vyjádření pohybu Měsíce motivovala astronomy a matematiky v 17. a 18. století k jeho řešení. Historický vývoj řešení problému tak učinila zajímavým a přitažlivým.

Propracování dynamické teorie pohybu Měsíce se stalo jedním z nejdůležitějších problémů, které astronomie v době po Newtonovi řešila. Astronomové rozvojem analytických metod počali zkoumat v pohybu Měsíce i ostatní poruchy vyvolané gravitačním působením druhých planet, respektive zploštěním Země. Přitom vycházeli ze základů položených Newtonem.

LITERATURA

- [1] B. R. Goldstein: „On the Babylonian discovery of the period of lunar motion“, *J. Hist. Astron.* **33**, 1 (2002).
- [2] B. R. Goldstein: „Ancient and Medieval values for the mean synodic month“, *J. Hist. Astron.* **34**, 65 (2003).
- [3] Y. Mayeama: „On the extreme lunar velocities“, *Arch. Hist. Exact Sci.* **60**, 269 (2006).
- [4] V. A. Bronštejn: *Kak dvižetsja Luna?* Nauka, Moskva 1990.



Obr. 9 Tycho Brahe

- [5] V. Petersen: „The three lunar models of Ptolemy“, *Centaurus* **12**, 142 (1969).
- [6] D. P. Santo, G. Strano: „Observational evidence and the evolution of Ptolemy's lunar model“, *Nuncius* **11**(1), 93 (1996).
- [7] G. J. Toomer: *Ptolemy's Almagest*. Princeton University Press, Princeton 1998.
- [8] M. C. Gutzwiller: „The oldest three – body problem“, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 589 (1998).
- [9] V. Roberts: „The solar and lunar theory of Ibn ash-Shatir: A pre-Copernican Copernican model“, *Isis* **48**, 428 (1957).
- [10] F. Abbud: „The planetary theory of Ibn al-Shatir: Reduction of the geometric models to numerical tables“, *Isis* **53**, 492 (1962).
- [11] G. Saliba: *A History of Arabic Astronomy: Planetary Theories During the Golden Age of Islam*. New York University Press, New York 1994.
- [12] M. Kopernik: *Obehy nebeských afér*. Veda, Bratislava 1974.
- [13] O. Pedersen: *Early Physics and Astronomy: A Historical Introduction*. Cambridge University Press, Cambridge 1993.
- [14] I. Newton: *The Principia – Mathematical Principles of Natural Philosophy*. University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London 1999. Translation by I. B. Cohen.
- [15] S. M. Alladin, G. M. Ballabh: „Dynamics of the Sun-Earth-Moon system“, *Resonance* **10**(8), 6 (2005).
- [16] N. Kollerstrom: *Newton's forgotten lunar theory*. Green Lion Press, Santa Fe 2000.
- [17] I. B. Cohen: „Newton's third law and universal gravity“, *J. Hist. Ideas* **48**, 571 (1987).
- [18] D. T. Whiteside: „Newton's lunar theory: From high hope to disenchantment“, *Vistas Astron.* **19**, 317 (1976).
- [19] I. Newton: *Theory of the Moon's Motion*. London 1702.
- [20] W. W. Ball Rouse: *An essay on Newton's Principia*. Macmillan, London-New York 1893.
- [21] M. Nauenberg: „Newton's unpublished perturbation method for the lunar motion“, *Inter. J. Eng. Sci.* **36**, 1391 (1998).

