Keplerovy kroky na cestě k elipse

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta MU, Kotlářská 2, 611 37 Brno; stefl@physics.muni.cz

Úvod

V roce 2019 uplyne čtyři sta deset let od prvního vydání Keplerova spisu Astronomia nova, jenž se stal předělem v historii astronomie. Autor v něm dovršil výklad kinematiky heliocentrického modelu Sluneční soustavy a s využitím geometrie a fyzikálních hypotéz se pokusil o vysvětlení dynamiky planetárního pohybu. V obsahu spisu tak proběhlo nastolení nové vědy – astrofyziky.

Cesta vedoucí k eliptické dráze a její interpretaci prostřednictvím obou prvních zákonů byla zdlouhavá, obtížná a plná různých zákrut. Jejich objev nicméně náhodný nebyl, vycházel z potu, inspirace a zejména nadání Keplera. Ten navíc měl velké štěstí, nacházel se totiž na správném místě ve správném čase, v astronomickém středu světa začátkem 17. století – v Praze, kde v tolerantním prostředí mohl žít a pracovat i protestantský heliocentrik. Především však zde získal dlouhodobá a velmi pečlivá pozorování planet Tychona Braheho. Dánský astronom podstatně zvýšil jejich přesnost z přibližně 10′ svých předchůdců na 2′ vlastní, což umožnilo objev Keplerových zákonů. Bez splnění této podmínky by nebylo možné odlišit eliptickou dráhu od kruhové.

Předkládaný text navazuje svým obsahem na problematiku probíranou v již publikovaném článku [1]. Zachycuje do dřívějšího článku nezařazené jednotlivé kroky na autorově cestě k elipse – návrhy hypotéz modelů drah předcházejících eliptickému. Budeme je sledovat podle nové úpravy latinské verze [2], jakož i anglického překladu [3] Keplerova spisu. V nich autor popsal vývoj svých úvah při hledání skutečné dráhy Marsu, včetně podrobného zaznamenávání původních myšlenek. Považoval je, a právem, za revolučně nové, proto chtěl s nimi seznámit prostřednictvím spisu [2] evropskou astronomickou komunitu.

Kepler věrně zachycoval všechny své nesprávné předpoklady, chyby v úvahách, jejich následná odhalení, rozpaky nad dalším postupem či posléze nové snahy při řešení problémů. Byl osobností, která i přes životní překážky a peripetie dokázala nesejít z namáhavé cesty a po více než pětiletém intenzivním úsilí v letech 1601–1605 splnila před sebou vytyčený cíl: vyložit novou teorii pohybu Marsu, objasnit jeho změny vzdálenosti od Slunce a identifikovat křivku – dráhu –, po které se planeta pohybuje.

Přestože spis [2] není psán úplně chronologicky, budeme se přidržovat posloupnosti jeho obsahu. Z něho jsme zvolili pro rozbor vybraná témata, která zasahují v řadě případů do různých kapitol. Adekvátně tomu je proto komentujeme v širších souvislostech.

Ve svém výkladu musel Kepler především vyložit všechna pozorování, tedy i tzv. první nerovnost – nerovnoměrnost pohybu Marsu, která v době Tychona Braheho i Keplera byla dobře popsána. Jednalo se o pravidelnou změnu oběžné a úhlové rychlosti, s periodou odpovídající jeho siderické oběžné době – 687 dnům. Tak astronomové příkladně zjistili rychlejší pohyb planety v souhvězdí Kozoroha než na opačné straně zvěrokruhu v souhvězdí Raka. První nerovnost závisela na poloze Marsu podél ekliptiky, což novodobá astronomie objasnila právě eliptickým tvarem jeho dráhy kolem Slunce.

Vytčeným záměrem Keplera bylo určení dráhy Marsu v prostoru Sluneční soustavy a stanovení matematických zákonů, kterými se jeho pohyb řídí. Autor přitom vycházel z pozorovacích údajů, z úhlových souřadnic vymezujících polohu planety na obloze.

Při hledání tvaru dráhy odpovídající pohybu Marsu měly autorovi pomoci rozhodovat o vhodnosti tvaru tří křivek – kružnice, oválu a elipsy, včetně jejich modifikací pracovní hypotézy. Jednalo se o modely drah vytvořené metodami euklidovské geometrie – a jejich následná srovnání se zpracovanými pozorovacími údaji. Podrobně je popsali např. Wilson [4], Aiton [5], Brackenridge [6] a Davis [7].

Odvození pohybu Marsu v již existujících modelech – *hypotézách*, jak uváděl Kepler (myšleno Ptolemaiově, Koperníkově a Tychonově) –, obsahuje řada kapitol [2]. Autor předpokládal jejich matematickou ekvivalentnost. Konkrétní provedení však záleželo na volbě souřadnicové soustavy, neboť příkladně vzdálenosti planety od středu oběhu a směr přímky apsid se lišily v závislosti na zvoleném počátku. Ve svých úvahách Kepler důsledně vycházel z astronomických a později i z fyzikálních pozic postavených na upřesněném heliocentrickém modelu. Hledal příčinu pohybu a nalezl ji v působení Slunce. Přidělil mu duální roli, geometrickou a fyzikální, umístil do něho počátek souřadnicové soustavy a střed působící síly. Po zavedení eliptické dráhy při definitivním řešení v závěrečných kapitolách čtvrté části *O objemu správné dráhy* [2] obě role úspěšně sloučil.

Svůj cíl formuloval autor v úvodu spisu [2] na s. 20: „*Meum jam institutum in hoc Opere potissimum quidem est, Astronomicam doctrinam (praecipue de*

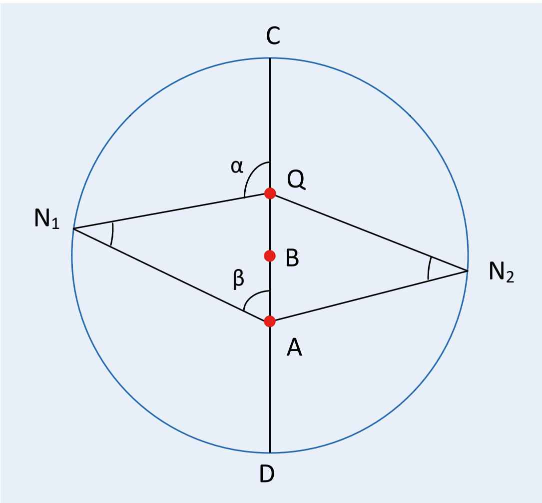
Martis motu) in omnibus tribus formis emendare; sic quidem, ut quae ex tabulis computamus, ea coelestibus apparentiis respondeant. quod hactenus non satis certo fieri potuit.“ Česky: „*Mým cílem je v tomto spise především reformovat astronomickou teorii (zejména o pohybu Marsu) ve všech třech formách hypotéz tak, aby výpočty z tabulek odpovídaly jevům na obloze, což dosud nebylo možné uskutečnit s dostatečnou přesností.*“

Dráha Marsu v prostoru

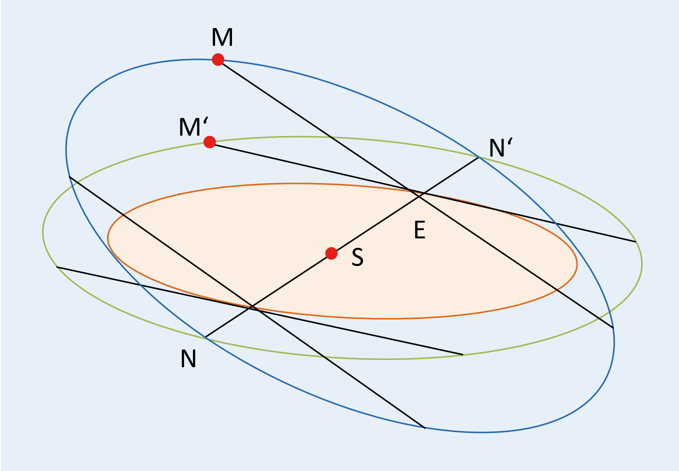
Nejprve si Kepler uvědomoval nutnost upřesnění dráhy Marsu v prostoru, což podrobně rozebrali například Koot v [8] a Wilson [4]. Ukážeme zjišťování dráhového sklonu Marsu dvěma metodami. Než přistoupil ke studiu dvacetiletých záznamů Tychona Braheho, musel je upravit, protože jejich formát nevyhovoval pro provádění výpočtů. Zpracování vyžadovala provedení korekcí z různých důvodů. Příkladně se ve svých úvahách založených na fyzikálních příčinách důsledně opíral o skutečné Slunce, neboť z pozorovacích údajů odvodil, že uzlová přímka (spojnice výstupného a sestupného uzlu) procházela přes skutečné, nikoliv přes střední Slunce, které bylo pouze fiktivním bodem.

Heliocentrické délky uzlů (v textu budeme dále v souladu s autorem používat pouze termín délky, pokud nebude nutné upřesnění) jsou úhlově odděleny 180°, v prvním přiblížení v prostoru stálé, neměnící se, s rozdílnými polohami Země a Marsu. V kap. 12 Kepler pomocí Koperníkovy teorie délek Marsu vypočítal heliocentrickou délku uzlu vztahovanou ke střednímu Slunci a zjistil hodnotu 46° 48′. Obdobným způsobem nalezl délku druhého uzlu 225° 44 1/2′. Hodnoty se nelišily o 180°, uzlová přímka neprocházela středním Sluncem, nýbrž skutečným. Lze dedukovat, že již v době sepisování kap. 12 měl autor v této otázce jasno, což komplexněji vyložil až v kap. 61.

Z právě popsaného vyplýval rozdíl mezi střední a skutečnou délkou, znázorněnými úhlem α (střední anomálie) vzhledem k ekvantu v Q a β (pravou anomálií) k Slunci v A na obr. 1 podle [8], kde C je afélium, D je perihélium, CD je přímka apsid a B je střed kružnice. Sestupný uzel je označen N_1, výstupný uzel N_2, oba s výše uvedenými délkami. K Tychonovým hodnotám středních poloh Slunce při opozicích Kepler musel přidávat či odečítat korekční hodnoty.



Obr. 1 Rozdílnost střední a pravé délky.



Obr. 2 Stanovení šířky Marsu v kvadratuře

Určování dráhového sklonu Marsu nemohla vycházet z Koperníkova výkladu pohybu planet v šířce v [9] vzhledem k jeho neúplnosti, viz rozbor Swerdlova v [10]. Problém šířek zkoumal autor v kap. 12–14 a kap. 62–64. Použil různé postupy popsané v kap. 13. Stanovení dráhového sklonu planety není úplně elementární, řešení jejího pohybu v šířce je obtížnější než v délce. Úhlová vzdálenost Marsu od ekliptiky závisí nejen na poloze na dráze, ale i na jeho prostorové vzdálenosti od Země. V heliocentrickém modelu jsou šířky planety sledované ze Země a Slunce odlišné, mohou být větší než dráhový sklon v situaci, kdy je Země ve větší blízkosti k planetě než ke Slunci. Kepler použil v kap. 14 dvě pozorování z tabulky opozic (r. 1585, r. 1593) v blízkosti přímky apsid, kdy je vertikální vzdálenost mezi dráhovými rovinami Země a Marsu největší. Nalezený výsledek umožnil přepočítávat délky k dráhové rovině planety a vedl ke zjištění její stálosti. Tím dosáhl výrazného zjednodušení zkoumání jejího pohybu. Popíšeme autorovu metodu určování dráhového sklonu Marsu z [2], podle komentáře Bennetta v [11]. Nechť se Země nacházela na přímce apsid dráhy Marsu, který byl v kvadratuře vzhledem ke Slunci, tudíž v úhlové vzdálenosti 90°. Takové konfigurace existují čtyři – dvě pro každé dva body průchodu Země dráhovou rovinou Marsu. Na obr. 2 se nachází Slunce v S, Mars v M, projekce polohy Marsu na rovinu ekliptiky je M′, u uzlů N a N′ známe délky. Je-li Země v uzlech, délky Marsu v kvadratuře jsou N + 90° a N′+ 90. V popsané konfiguraci sledovaná šířka Marsu odpovídá přesně sklonu dráhy.

Konkrétně při hodnotách délek uzlů dráhy Marsu 47° a 227° činily jeho délky v kvadratuře 137° a 317°. Výpočet vedl k dráhovému sklonu přibližně 1° 50′.

Princip jeho určení další Keplerovou metodou popsal Koot v [8]. Země a Slunce procházejí dvakrát ročně uzlovou přímkou Marsu, který se nachází v kvadratuře vzhledem ke Slunci. Přitom byla zkoumaná šířka planety rovna sklonu jeho dráhy, tedy $\sphericalangle M_2ZM_2' = \sphericalangle M_1SM_1'$, viz obr. 3. Slovně úhel Mars–Země–průmět Marsu na ekliptiku při pozorování ze Země odpovídal úhlu Mars–Slunce–průmět Marsu na ekliptiku při hypotetickém sledování ze Slunce.

Mars ani v jednom Keplerem zmiňovaném pozorování v [2] se nenacházel zcela přesně v kvadratuře, přesto výpočty vedly k hodnotě dráhového sklonu 1° 50′. Zmiňovaná metoda používala vzácnější privilegovaná pozorování, ale naopak nevyžadovala znalost

» *Mým cílem je v tomto spise především reformovat astronomickou teorii.* «

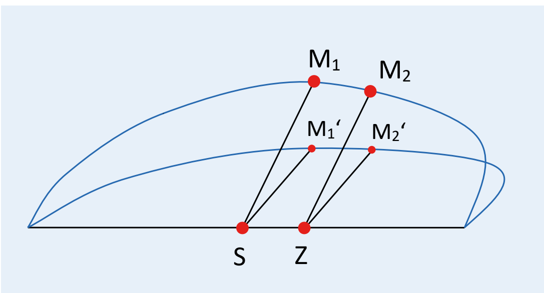
relativních velikostí drah. Kepler ji zobecnil pro případ polohy Marsu v libovolné poloze dráhy.

Nalezená autorova představa o pohybu Marsu v prostoru předpokládala, že dráha planety ležela v samostatné rovině procházející skutečným Sluncem a vyznačovala se stálým sklonem k ekliptice zpřesněným v kap. 62 na 1° 50′ 30″. Na základě popsaného zjištění, že dráhové uzly Marsu byly ve vzájemné opozici vzhledem ke skutečnému Slunci, Kepler v kap. 10–15 převedl pozorovací údaje k němu.

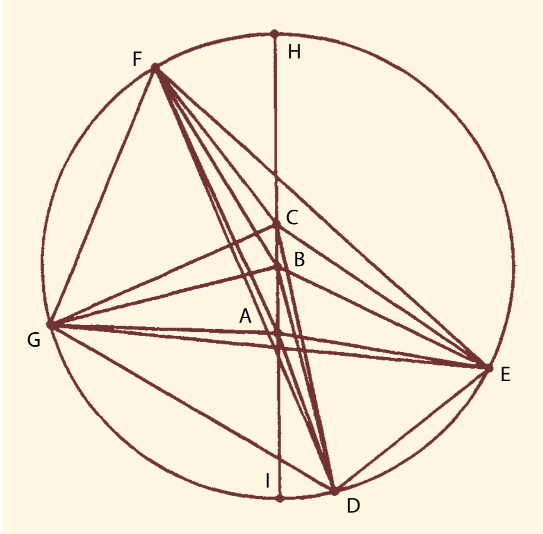
Model vicarious hypothesis

Určováním dráhy Marsu se Kepler začal zabývat po příchodu do Prahy v roce 1600, tehdy činila její numerická excentricita **e** = 0,093 04. Při autorově volbě vzdálenosti Země–Slunce 100 000 dílů dosahovala velká poloosa dráhy Marsu **a** = 152 369 dílů a malá poloosa **b** = 151 708 dílů. Zploštění tak bylo pouze 0,43 %. Nelze se proto příliš divit, že při hledání tvaru křivek vystihujících dráhu nejprve zvolil kružnici a následně její modifikace.

První období Keplerova výzkumu z roků 1600–1602 je spojováno s modelem *vicarious hypothesis* – *náhradní hypotéza*. Autor si zřejmě uvědomoval, že se nejedná o skutečnou správnou dráhu, proto již zmiňovaný příhodný název *náhradní hypotéza*, přestože zachycovala délky planet s přesností odpovídající pozorováním Tychona Braheho. Model rozvíjel a zdokonaloval v kap. 7–21. Podrobně ho popsali například Stephenson [12], Martens [13] a Voelkel [14], z jejichž rozboru budeme vycházet. Nejprve chtěl Kepler pouze zdokonalit Ptolemaiův model, jak dosvědčuje název první části [2] – *O antických hypotézách*. Jeho úvahy se opíraly o ekvant, dráhu Marsu představovala imaginární pomocná excentrická kružnice, s rovnoměrně rozloženými polohami opozic. Její střed se nacházel na přímce apsid, Slunce zaměňující původní Zemi bylo excentricky položené, souměrně ke středu se nacházel ve stálé poloze bod *punctum equans* – *ekvant*. Byl zaveden jako bod s konstantní vzdáleností od středu excentrické kružnice, kolem kterého probíhal rovnoměrný úhlový pohyb planet u Keplera v heliocentrickém modelu (v antice u Ptolemaia v geocentrickém modelu obíhalo Slunce). Autor v [2] kap. 19 s. 176 konstatoval: „*Circa quod punctum aequalibus temporibus Mars aequales angulos conficiat.*“ Česky: „*Kolem tohoto bodu Mars opisuje stejné úhly ve stejném čase.*“ Zavedením ekvantu se Kepler pokusil zachytit změny rychlosti planety, tedy vyložit první nerovnost pohybu planet. Svoje chápání konstrukce vysvětlil v dopise Fabriciovi z 1. 10. 1602 [15] tvrzením, že při výkladu pohybu planet na epicyklu jde pouze o metodu vyjádření. Model pohybu obsažený v kap. 16 byl založen na dvou předpokladech: Planety



Obr. 3 Stanovení dráhového sklonu Marsu.



Obr. 4 Původní model *vicarious hypothesis*.

se pohybují po ideálních kružnicích a ekvant má stálou polohu na přímce apsid.

Rozbor první nerovnosti pohybu Marsu v kap. 16 vycházel z tabulkových údajů opozic v kap. 15. V nich se heliocentrické a geocentrické délky Marsu shodovaly, což umožnilo eliminovat druhou nerovnost vyvolanou pohybem Země. Porovnání dvou pozorovaných délek planety v uvedených aspektech se středními délkami (v čase očekávaných opozic) ukázalo na nerovnoměrnou rychlost pohybu Marsu, příkladně analýza z r. 1591 a r. 1597. Z jejich změn si ověřil, že na ekliptice jsou polohy s rychlejším a pomalejším pohybem v apsidách, tedy v perihéliu a aféliu.

Právě popsaný model *vicarious hypothesis* byl založen na skutečném Slunci a kruhových drahách. K jejich určení bylo nezbytné stanovit polohu přímky apsid, hodnoty excentricit – vzdáleností Slunce a ekvantu od středu, velikost dráhy a střední anomálii jednoho pozorování k témuž datu. Parametry určovaly úhly od Slunce – A – stejně jako od ekvantu – C. V pozdní antice Ptolemaios potřeboval k jejich stanovení pouze tři akronychální pozorování – při opozicích, předpokládal platnost podmínky *bisekce excentricity* BA = BC, tedy rovnost vzdáleností mezi středem a Sluncem – BA – a středem a ekvantem – BC. Tuto podmínku Kepler nepřevzal a rozhodl se s poměrem BA/BC pracovat. To vyžadovalo pozorovací údaje ze čtyř opozic, vybral z r. 1587, r. 1591, r. 1593, r. 1595 a z nich přepočtem v kap. 16 obdržel délky a šířky planety. Ke čtyřem uvedeným pozorováním znal směry k Marsu jak ze Slunce, tak i z ekvantu, neboť narůstaly přímo úměrně s časem. Podle obr. 4, kap. 16 z [2], označme $\alpha = \sphericalangle$ FAH jako pravou, respektive vyrovnanou anomálii vztahovanou ke Slunci, a $\delta = \sphericalangle$ FCH jako střední anomálii vzhledem k ekvantu. Oba úhly určovali astronomové v 17. století od afélia dráhy, později Euler změnil počátek odpočtu na perihélium.

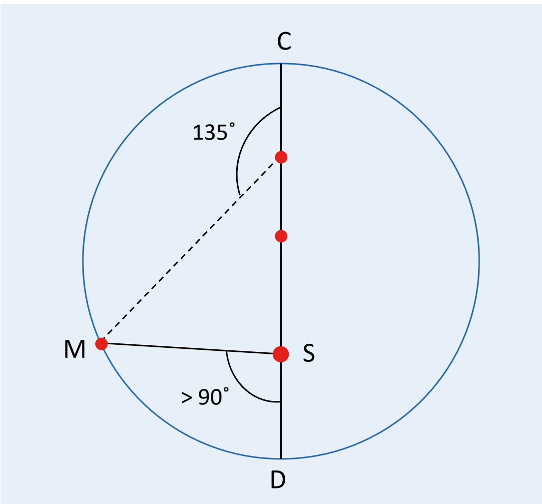
K objasnění rozdílnosti modelů *vicarious hypothesis* bez a s podmínkou *bisekce excentricity* zachyťme polohy Marsu na obr. 5, 6 podle Rosse [16]. Pro lepší znázornění odlišnosti je zvýrazněna excentricita a je zobrazena změna polohy Marsu vzhledem k Slunci. V poloze 135° od afélia v C, měřeno vzhledem k ekvantu, je úhel mezi Marsem a perihéliem v D větší než 90° v původní *vicarious hypothesis* na obr. 5, a naopak menší než 90° při *bisekci excentricity* na obr. 6.

Přejděme zpět ke Keplerově úloze nalezení z pozorovaných směrů přímky apsid, délky afélia a dvou vzdáleností od středu kružnice do Slunce a ekvantu, kterou nemohl řešit přímo. Při stanovení excentricity Slunce od středu – BA – a excentricity ekvantu – BC – zkoumal současně velikosti úhlů pravé a střední anomálie, hledal mezi nimi vztah, posledně jmenovaná narůstala rovnoměrně s časem. Každou dosaženou hodnotu ověřoval trigonometrickým výpočtem. Zjišťoval, zda na obr. 4 body F, G, D, E se nacházejí na kružnici a bod B leží mezi body A a C. Pokud zmíněná podmínka splněna nebyla, prověřoval hodnoty další. Namáhavou a nudnou činnost, iterační postupná přiblížení s využitím matematických rozkladů, opakoval 70krát, což komentoval v kap. 16 s. 156: *„Si te hujus laboriosae methodi pertaesum fuerit, jure mei te misereat, qui eam ad minimum septuagies ivi cum plurima temporis...“* Česky: *„Jestliže byla tato únavná metoda provedena s nechutí, mělo by tě to naplnit soucitem se mnou, neboť jsem některé výpočty provedl alespoň 70krát při vydání velkého množství času...“*

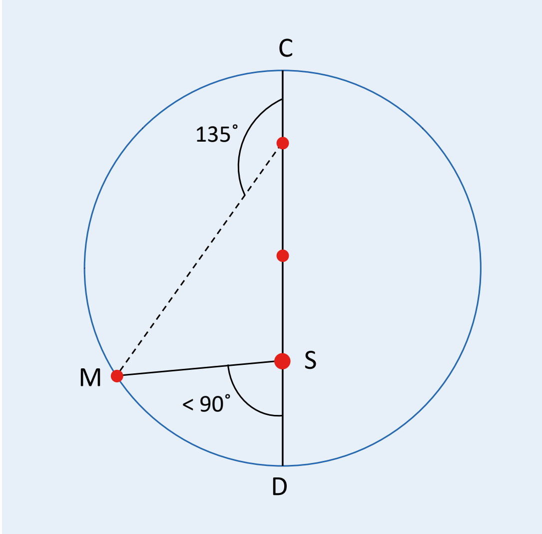
Zkoumání modelu *vicarious hypothesis* podrobně Kepler popsal v dopise ze dne 2. prosince 1602 Fabriciovi, viz [15].

Výsledkem výpočtů bez předpokladu *bisekce excentricity* byl návrh kruhové dráhy o poloměru 100 000 dílů. Celková excentricita – CA – činila 18 564 dílů, excentricita ekvantu – BC – 7 232 dílů a Slunce – BA – 11 332 dílů, jejich poměr BC/BA ≈ 0,64. Pro tuto hodnotu v kap. 16 Kepler nalezl dobrý souhlas úhlových poloh Marsu. V ověřování svých úvah pokračoval v kap. 19 užitím délek opozic k určení excentricity Slunce – BA –, měla být v rozmezí 8 000–9 943 dílů, blízko splnění podmínky *bisekce excentricity* BC/BA ≈ 1, spíše než 11 332 dílů, stanovené z *vicarious hypothesis* v kap. 19. Polovina z celkové excentricity – CA – byla 9 282 dílů. Převedeno na v současnosti používanou numerickou excentricitu se jednalo o hodnotu 0,092 82, což je srovnatelné s dnešní hodnotou **e** = 0,093 37. Použití předpokladu *bisekce excentricity* dávalo autorovi lepší vzdálenosti, ale neodpovídalo dostatečně přesně 12 polohám délek při opozici testovaných v kap. 18, především v oktantech. Při této volbě a upřesněných parametrech elementů dráhy činil rozdíl pozorovaných a propočítaných poloh Marsu zhruba 8′.

Dosažené výsledky Keplera znejistily, sledujme jeho úvahy o přesnosti v kap. 18 s. 174: *„Pronuncio igitur, situs acronychios hoc calculo tam certos exhiberi quam certae possunt esse observationes per Sextantes Tychonicos. Quae (ut praedixi) ob grandiusculam corporis Martii diametrum, ob refractiones et parallaxes nondum certissime cognitas, in nonnulla (certe duotum scrupulorum) ambiguitate versantur.“* Česky: *„Tak jsem stanovil, že akronychální polohy byly získány jako výsledek výpočtu se stejnou přesností, jako pozorování sextantem Tychona Braheho, který vzhledem ke značnému průměru Marsu a neuspokojivé znalosti refrakce a paralaxy pracoval s určitou chybou, zajisté nepřevyšující 2′.“*



Obr. 5 Model *vicarious hypothesis.*



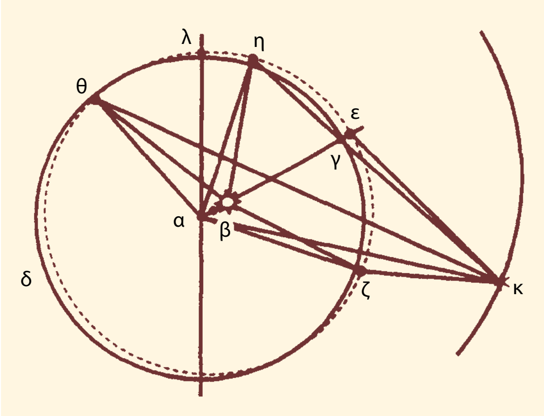
Obr. 6 Model *vicarious hypothesis – bisekce excentricity.*

Začal zkoumat, který z předpokladů dosavadního řešení byl špatný, v kap. 19 s. 176 uvedl: *„Assumptum autem erat: orbitam, qua Planeta transiret, esse perfectum circulum: esse in linea apsidum punctum aliquod unicum in certo et constante intervallo a centro excentrici, circa quod punctum aequalibus temporibus Mars aequales angulos conficiat. Horum igitur alterutrum aut forte umtrumque falsum est. Nam observationes usurpatae non sunt.“* Česky: *„Proto některý z předpokladů uvedených drah musí být nesprávný. Ale co bylo předpokládáno: že dráha, po které se planeta pohybuje, je ideální kružnice a že existuje nějaký specifický bod na přímce apsid s pevnou konstantní vzdáleností od středu excentrické kružnice, kolem kterého Mars opisuje stejné úhly v stejném čase. Proto tedy jedno nebo druhé nebo možná oboje je nesprávné, použitá pozorování však nikoliv.“*

Prozíravě Kepler pochopil, že Tycho Brahe se tak velké chyby – 8′ – při pozorování Marsu nedopustil. Tato okolnost se ukázala klíčovou pro směřování dalšího postupu po cestě hledání adekvátní dráhy. Navíc analýza z pozorování stanovených délek naznačovala, že by měla být uzavřenější, se Sluncem a ekvantem umístěnými na opačných stranách stejně vzdálených od středu.

Autor dospěl k závěru, že možnosti rozvoje modelu *vicarious hypothesis* jsou vyčerpány a vrátil se k přímým trigonometrickým metodám zjišťování vzdáleností, analyzoval je například Voelkelem v [14]. Na obr. 7 [2] z kap. 24 je α poloha středního Slunce. Úhly poloh kolem α odpovídaly času mezi pozorováními. Směry θκ, ηκ, εκ vycházely z pozorování Tychona Braheho, znalost ακ z Tychonovy teorie Marsu při použití středního Slunce.

» Kolem tohoto bodu [myšleno ekvantu] *Mars opisuje stejné úhly v stejném čase. «*



Obr. 7 Nekruhová dráha Země.

Za každou siderickou oběžnou dobu 687 dní se Mars nacházel ve stejné poloze, v bodě κ na obr. 6. Zemi v tomto čase bude chybět do uskutečnění jejích dvou siderických oběžných dob 43 dní, což odpovídá ≈43°. Plná čára reprezentovala dráhu Země, jak by se jevila v Koperníkově heliocentrickém modelu. Body θ, η, ε, ζ odpovídaly polohám Země po uplynutí jedné siderické oběžné doby Marsu kolem Slunce. Konkrétně θ v r. 1590, η v r. 1592, ε v r. 1593 a ζ v r. 1595. Autor zjednodušeně předpokládal rovnoměrný pohyb Země, středové úhly na její dráze vzhledem ke střednímu Slunci v α byly rovny ∢ θαη, ∢ ηαε, ∢ εαζ. Vzdálenosti mezi Zemí a středním Sluncem ve středu kruhové dráhy předpokládal všechny stejné. Z pozorování Tychona Braheho znal ∢ εκα 42° 21′ 30″ a ∢ κεα 96° 22′ 14″. Při volbě ακ = 100 000 dílů určil vzdálenost mezi Zemí a předpokládaným středem dráhy αε = 67 794 dílů. Dále Kepler stanovil vzdálenosti αθ = 66 774 dílů, αη = 67 467 dílů, αζ = 67 478 dílů. Z rozdílnosti uvedených hodnot je zřejmé, že bod α nebyl středem kruhové dráhy Země, respektive dráha nemohla být kruhová. Libovolné tři polohy Země postačovaly k určení čárkované kružnice, jejíž střed β se neshodoval se středem α. Podrobný rozbor uvedeného provedl Donahue v [18]. Následně Kepler úvahy a výpočty k nim zopakoval a zpřesňoval, např. hodnotu excentricity dráhy Země. Při zpracování pozorování shrnutých vesměs v kap. 26–28, se opíral o řešení a výsledky z dřívějších kapitol, o propočet sklonu dráhy Marsu k rovině ekliptiky a o údaje skutečných opozic a poloh nalézaných interpolací.

V kap. 32 Kepler provedl důkaz, že přímka apsid Marsu prochází skutečným Sluncem. Vycházel přitom ze zpracování jeho pozorování. Objasnil, že při zavedení ekvantu se pohybuje v aféliu pomaleji než v perihéliu, úměrně vzdálenosti od Slunce, což platí pouze pro apsidy. Přibližování a vzdalování od centrálního tělesa nicméně Kepler nezdůvodnil. Ve volnějším výkladu lze konstatovat, že autor zavedl fyzikální interpretaci myšleného bodu ekvantu. K němu vytvořená geometrická souvislost výpočtu rovnic již měla určitý fyzikální podklad.

Upravený a zjednodušený důkaz toho, že oblouky opsané ve stejných časech jsou nepřímo úměrné jejich vzdálenostem od Slunce, popsal Donahue v [17], použil obr. 8. Kepler zavedl excentrickou kružnici s body C K D L se středem v B, aféliem v C, perihéliem v D, ekvantem v Q a Sluncem v A, za podmínky *bisekce excentricity*, tedy AB = BQ. Ekvantem v Q prochází přímka KQL, protíná excentrickou kružnici ve dvou bodech – K v blízkosti afélia a L perihélia. Úhly ∢ KQC a ∢ LQD jsou stejné, oběhly kolem ekvantu ve stejném čase. Protože jsou velmi malé, platí přibližně, že QC = QK a QD = QL, úměrné jejich vzdálenostem od Slunce.

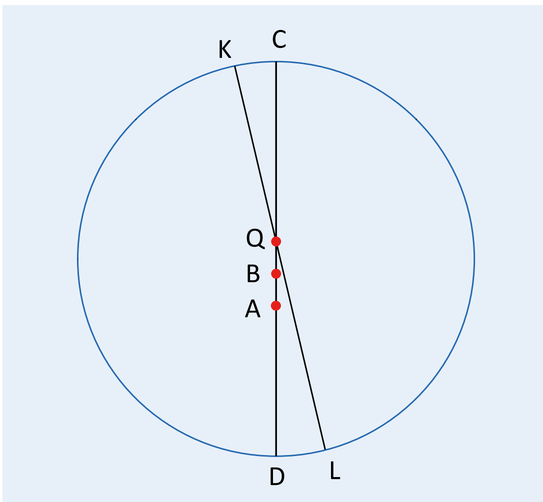
Převedeno do současných kinematických úvah, Kepler předpokládal, že při úhlové rychlosti planety ω činila oběžná rychlost v bodě C $v_C = \omega QC$ a v bodě D $v_D = \omega QD$. Dále platilo QC = AD a QD = AC, tudíž pro poměr oběžných rychlostí v apsidách obdržel $v_C/v_D = AD/AC$, což vyjadřovalo zákon vzdáleností, viz další text. V něm, v souladu s Keplerem, budeme pod pojmem rychlost rozumět oběžnou rychlost.

Shrnuto, model *vicarious hypothesis* odpovídal Koperníkovým představám drah, Ptolemaiově ekvantu a pozorováním Tychona Braheho, ve středu excentrické kružnice se nacházel pozorovatel. Model poskytoval spolehlivé hodnoty pravé anomálie, nikoliv však optimální vzdálenosti planety. Pozorování prokázala, že vzdálenosti Marsu od Slunce jsou menší, než vyplynulo z předpokladu kruhové dráhy planety, diskutované v kap. 41. Proto na jaře r. 1602, po výpočtech elementů dráhy Marsu, Kepler konstatoval, že nemůže být kruhová.

Jak jsme již uvedli, model *vicarious hypothesis* nebyl u Marsu spolehlivý i mimo jeho opozice, kdy se poloha Země stává podstatnou pro lokalizaci uvedené planety. Jestliže model poskytoval správné délky v opozicích, ale ne v jiných místech, chyba mohla být v teorii dráhy Země. Kepler se jí proto zabýval v části třetí [2] *O druhé nerovnosti a příčinách pohybů*, prověřoval a korigoval teorii dráhy Země. Teprve následně se vrátil k dráze Marsu v části čtvrté [2] – *O objemu správné dráhy*, v níž nejen zkoumal geometrické souvislosti hledané dráhy, ale i aplikoval fyzikální hypotézy a dospěl k elipse.

Zákon ploch

V r. 1601 objevil Kepler zákon ploch. Při jeho formulaci vycházel z analýzy pozorovaného nerovnoměrného pohybu Marsu. Hledal odpověď na otázku: Jak se mění rychlost planety? Po úvahách dospěl v kap. 39 k tomu, že je závislá nepřímo úměrně na vzdálenosti od Slunce. Podle autora hybná síla uvádějící do pohybu Mars vycházela z centrálního tělesa sluneční soustavy, jak uvedl v kap. 33. Ve druhé polovině [2] rozvinul přesvědčení, že dráha pohybující se planety je objasnitelná příčinnými, přesněji fyzikálními důvody. Ve své době Kepler neznal gravitační zákon, souvislost síly



Obr. 8 Zákon vzdáleností v apsidách

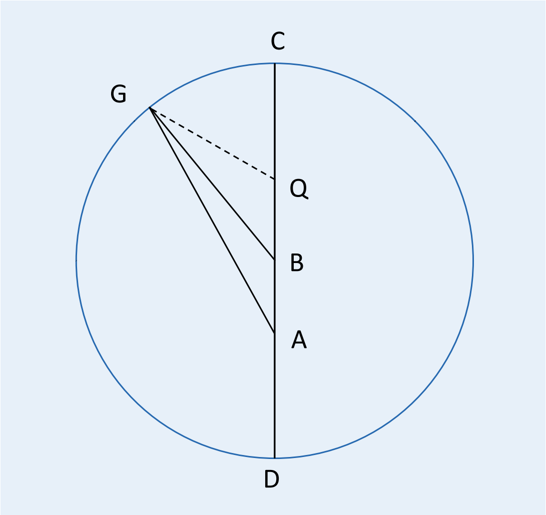
se zrychlením či pohybové rovnice nezbytné k řešení problému. K výkladu fyzikální interakce mezi ním a Marsem použil v závěrečných kapitolách [2] magnetickou sílu.

Jak jsme již uvedli v [1], zákon ploch podle Aitona [18, 19] vyslovil autor v [2] ve dvou podobách:

1. Rychlost planety se mění nepřímo úměrně se vzdáleností od Slunce, což je obsaženo v kap. 39.
2. Rychlost planety se mění tak, že přímka spojující planetu se Sluncem opisuje stejné plochy za stejné časy, viz kap. 40.

Později si Kepler vyjasnil, že přesným vyjádřením je druhá zmiňovaná formulace, zatímco první tzv. zákon vzdáleností platí spolehlivě pouze pro apsidy. Historicky však objev závislosti mezi rychlostí a vzdáleností od středu oběžného pohybu hrál zásadní roli při odvození zákona ploch v kap. 40. Ironií osudu ne zcela výstižný aproximativní zákon vzdáleností vedl k pozdější formulaci přesného zákona ploch pro eliptickou dráhu.

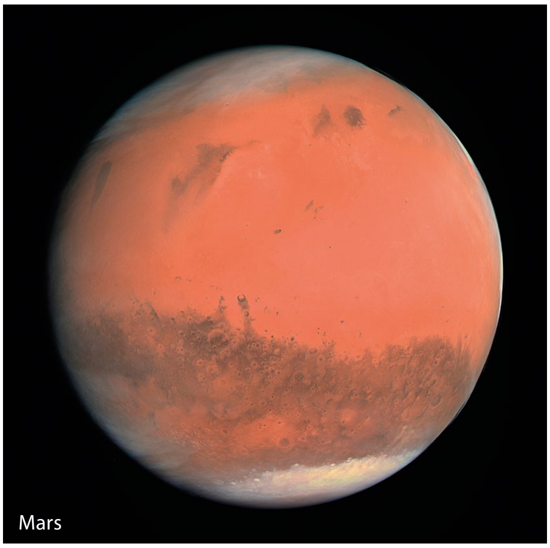
Zásadní novátorskou myšlenku souvislosti plochy a času vyjádřil autor v kap. 40 s. 265: „*Itaque CGA area fiet mensura temporis seu anomaliae mediae, quae arcui excentrici CG, cùm anomalia media tempus metiatur.*“ Česky: „*Tak se plocha CGA stává měřítkem času nebo střední anomálii odpovídající oblouku excentrické kružnice CG, poněvadž střední anomálie měří čas…*“



Obr. 9 Ekvant a optická rovnice

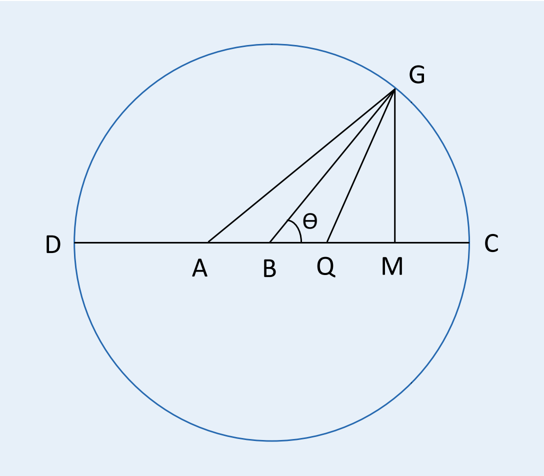
Kepler zkoumal, co určuje čas planety v dané poloze, respektive její polohu v daném čase. Jeho záměrem bylo vytvoření metody, kterou chtěl prostřednictvím fyzikální rovnice ∢ BGA nalézt čas nezbytný k přechodu oblouku planetou na excentrické kružnici. Vyložíme připomenutou citaci, upravíme a zjednodušíme obr. 9 z [2], v němž bod Q označuje ekvant, ∢ BGQ je optickou částí rovnice. Míru času vyjadřuje ∢ CQG, určující úhly kolem Q a zjišťující heliocentrickou délku planety G v čase, souvislost fyzikální teorie s ním.

Pojmy zavedené v kap. 40 autor později doplnil a aplikoval v závěrečných kapitolách [2], kde nastíněný problém vyřešil prostřednictvím geometrických vyjádření souvislostí ploch. Moderní matematickou symbolikou to popsal například Barbour v [20]. Použil obr. 10, podle zákona ploch čas t potřebný k přechodu oblouku CG odpovídá dvojnásobku plochy CGA = 1/2 (θ + e sin θ). Ta je součtem plochy kruhové výseče



CBG rovné ½ θ, kde θ je excentrická anomálie ∢ CBG pro kruhové dráhy a plochy Δ BAG, jehož základnou je BA = e a výška GM = sin θ, jestliže BG = 1. Platí t = θ + e sin θ, protože t = 2 CAG = 2 (½ θ + ½ e sin θ). Jde o tzv. Keplerovu rovnici z kap. 60 [2] určující θ pro zvolené t. Ve skutečnosti úhel pozorovaný ze Slunce je pravou anomálií, ∢ CAG, což byl hledaný úhel v modelu *vicarious hypothesis*. Lišil se od θ úhlem ∢ AGB, který narůstal z optických důvodů, pro již zmiňované pozorování z A. Proto ho Kepler nazval optická rovnice. Platil vztah ∢ CAG = ∢ CBG – ∢ AGB. Pravá anomálie byla nazvána vyrovnanou anomálií, vznikla odečtením optické rovnice.

Vraťme se do kap. 40, ve které Kepler studoval, za jak dlouho Mars pohybující se od afélia dosáhne dané polohy na dráze. Vzhledem k tomu, že jeho rychlost byla proměnná, musel použít nepřímou metodu. Navrhl výpočet vzdálenosti výchozího bodu každé ze zvolených výsečí k excentricky umístěnému Slunci a předpokládal, že čas spotřebovaný planetou k přechodu úseku nazývaný *mora* byl úměrný odpovídající aktuální vzdálenosti *r*, která byla nepřímo úměrná rychlosti Marsu. Konstantu úměrnosti normalizoval tak, že čas potřebný k přechodu celé dráhy složil ze sumace jednotlivých časů. Takto autor jejich prostřednictvím zjišťoval polohu Marsu v určitém čase. Metoda se ukázala značně časově náročná, a proto Kepler hledal matematický způsob, aby předešel zdlouhavým výpočtům. Uvědomil si, že existuje nekonečně mnoho bodů



Obr. 10 Excentrická a pravá anomálie.

» Tak se plocha CGA stává měřítkem času. «

na obvodu excentrického kruhu a jim odpovídajících nekonečně mnoho vzdáleností. Napadlo ho, že plocha excentrického kruhu obsahuje všechny tyto vzdálenosti. Souvislosti použití Archimedovy metody již byly zachyceny v článku [1], nebudeme je podrobněji rozvádět. Rozdělil celý kruh na 360 výsečí, v každé z nich sečetl vzdálenosti. V metodě Kepler zavedl myšlenku, že plocha vymetená rádiusem spojujícím Slunce s planetou je úměrná času, který planeta potřebuje k přechodu odpovídajícího oblouku výseče.

Úvahy Keplerova postupu popsali Barker s Goldsteinem v [21]. Moderní matematickou symbolikou je vyjádřil Matzer v [22] takto: Autor rozdělil dráhu na 360 krátkých oblouků stejné délky. Jak jsme již slovně uvedli, čas t Marsem potřebovaný k přechodu jednoho oblouku byl přibližně úměrný vzdálenosti od Slunce, tedy $t = k\,a\,r_S$, kde k byla konstanta, a délka oblouku, r_S vzdálenost od Slunce.

Následně Kepler provedl sumaci $T = \Sigma_{j=1}^{360}\, t_j = \Sigma_{j=1}^{360}\, k\,a\,r_{sj} = k\,a\,\Sigma_{j=1}^{360}$, kde T označovalo siderickou oběžnou dobu Marsu, t_j čas potřebný k přechodu j-tého oblouku, r_{Sj} jeho předpokládanou konstantní vzdálenost, a jednotnou délku oblouků, k již výše zavedenou konstantu. Autor si uvědomoval, že jde o aproximaci, protože vzdálenost r_S nebyla úplně konstantní v každém oblouku.

Zákon ploch zavedený v kap. 40 pro kruhovou dráhu jako přibližný se stal v kap. 59 po zavedení eliptické dráhy přesným. Ukázané odvození bylo platné v případě malých oblouků, předpokládalo rychlost planety kolmou k rádiusu ze Slunce, tedy pouze v apsidách.

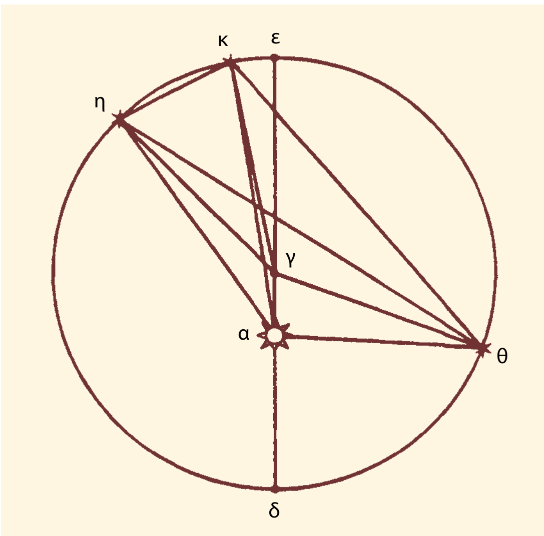
Později v kap. 50 s. 263 si Kepler uvědomil svoji chybu slovy: „*Primus meus error fuit viam Planetae perfectum esse circulam.*“ Česky: „*Moje první chyba byl předpoklad dráhy ideální kružnicí.*“

Vytříbenou formulaci zákona ploch v [2] nenalezneme, je obsažena až v [23] v knize páté, větě čtvrté na s. 375: „*De mensura temporis, seu morae planetae in quolibet arcu orbitae.*“

Česky: „*O měření času neboli o času planety nacházející se v kterémkoliv oblouku dráhy.*“

Oválový model

Nejprve se Kepler z trigonometrických úvah pokusil vypočítat excentricitu a parametry dráhy. V analýze vycházel z obr. 11 z kap. 41. V ní uplatnil z kap. 26–28



Obr. 11 Nekruhová dráha Marsu

vzdálenosti Slunce a Marsu určené z pozorování, nacházejícího se v polohách η, κ a θ, stejně jako vzdálenost Slunce – střed kruhové dráhy α – γ, a Slunce – afélium α – ε, jakož i úhly kolem Slunce. Použil polohy planety η, κ a θ ve známých časech, které udávaly úhel od afélia ε. Polohu přímky apsid ε – δ nalezl přesně již dříve. Znal čas, jakož i ∢ ετκ , kde τ je průsečík přímky apsid s přímkou η θ. Dále stanovil ∢ κτγ = 180° –∢ ετκ. Poloměr excentrické kružnice byl κ γ, podmínka bisekce excentricity dávala τ γ = α γ. V Δ κτγ při daných dvou stranách a ∢ κτγ , podle sinové věty platí κ γ/sin ∢ κτγ = γ τ/sin ∢ γκτ. Odtud určil ∢ γκτ a dále ∢ κγτ = 180° – ∢ γκτ – ∢ κτγ, ∢ κγα =180° – ∢ κτγ. Z kosinové věty κ α^2 = κ γ^2 + α γ^2 – 2 κ α . α γ cos ∢ κγα získal κ α. Obdobně vše opakoval pro η α a θ α, za předpokladu poloměru excentrické kružnice κ γ = η γ = θ γ. Získané hodnoty vzdáleností α κ, α η, α θ jsou uvedeny v následující tabulce. Neshodovaly se s nalezenými přímými trigonometrickými metodami vycházejícími z pozorování při opozicích, kdy délky byly zjišťovány přímo. Popsané odvození jsme zachytili moderní matematickou symbolikou.

Zmiňované kvantitativní porovnání vzdáleností planety od Slunce v kap. 44 se opíralo o pozorování. První – α κ – je z 31. října 1590 při úhlové vzdálenosti od afélia 9° 37′, druhé – α η – k 31. prosinci 1590 při vzdálenosti od afélia 36° 43′ a třetí – α θ – k 25. říjnu 1595 při úhlové vzdálenosti od afélia 104° 25′. Kepler porovnal tři známé vzdálenosti Marsu od Slunce zvažované se vzdálenostmi uvedené planety, při předpokládané kruhové dráze, jsou v tabulce 1 vyjádřeny v dílech..

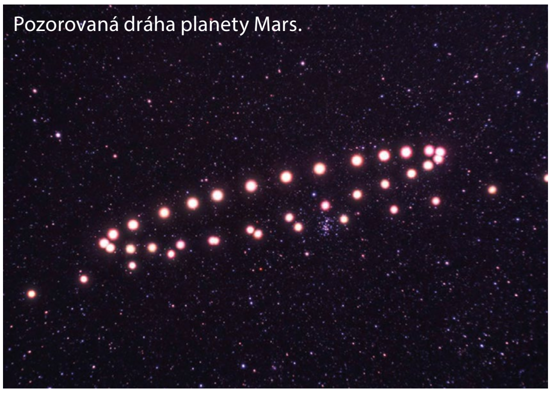
	α κ	α η	α θ
vzdálenosti vypočítané z kruhové dráhy	166 605	163 883	148 539
vzdálenost z pozorování	166 255	163 100	147 750
rozdíl	350	783	789

Tab. 1 Srovnání numerických výsledků.

Aplikováním kruhové dráhy autor zjistil rozdíly ve vzdálenostech Slunce–Mars ve třech různých částech dráhy Marsu, vzdálenosti z pozorování se jevily menší, rozdíl činil 350–789 dílů, tudíž dráha nemohla být kruhová.

Svoje pocity určité nejistoty a zároveň předčasného triumfu popsal v úvodu kap. 44 s. 285: „*Eccentricitate et proportione orbium certissime constitutis, mirum Astronomo videri possit, superesse adhuc aliud impedimentum, quo minus de Astronomia triumphare liceat. Et me Christe biennium integrum triumphaveram.*“ Česky: „*S excentricitou a poměrem drah pevně stanovených s maximální jistotou se musí jevit astronomovi podivné, že zbyly ještě nějaké překážky na cestě k astronomickému triumfu. Ó, můj Bože, triumfoval jsem po dvou celých rocích.*“

Pozdější změnu názoru na tvar dráhy v kap. 44 s. 286 vyjádřil slovy: „*Itaque plane hoc est: Orbita Planetae non est circulus, sed ingrediens ad latera, utraque paulatim, iterumque ad circuli amplitudinem in perigaeo exiens. cujusmodi figuram itineris ovalem appellitant.*“ Česky: „*A proto je zřejmé, že dráhou planety není kružnice,* [křivka] *přechází postupně, pozvolna na obě strany a vrací se zpět ke vzdálenos-*



ti kružnice v perigeu. Je zvyklostí nazývat tvar tohoto typu oválem.“

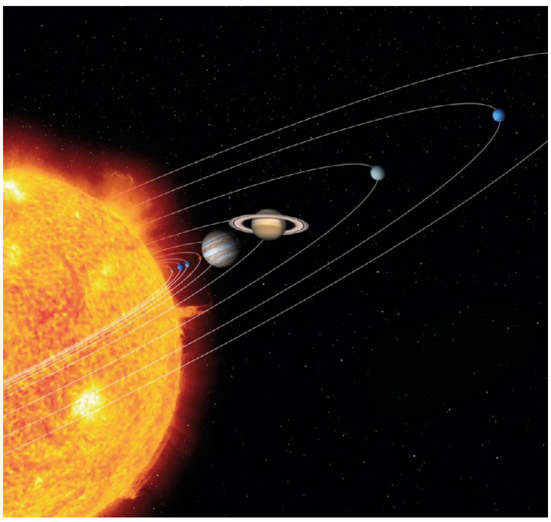
V závěru kap. 44 Kepler dospěl ke stanovisku, že dráhou planety nemůže být kružnice, nýbrž ovál, jehož průměr odpovídal velikosti přímky apsid, k níž byl symetrický. Současně pravidlo rychlostí zavedené v kap. 40 vyžadovalo dráhu více sevřenou po stranách.

Tvorba nového modelu dráhy je zachycena v [2] v kapitolách 45–50. Autor se inspiroval antikou, ovál zavedl Ptolemaios v Almagestu k vystižení dráhy Měsíce. Převzatá křivka se přimykala ke kružnici jen v apsidách, byla nesymetrická k ose kolmé k přímce apsid. Navíc ji nešlo přesně matematicky definovat, proto považoval za nutné ji podrobněji zkoumat.

V kap. 45 Kepler konkretizoval návrh na první nekruhový model dráhy zachycený prostřednictvím epicyklu planety, viz obr. 12. Na něm excentrická kružnice CDF reprezentovala dráhu Marsu, Slunce v A, střed dráhy ležel v bodě B. V komentáři v kap. 45 s. 289 autor uvedl: „*Quare angulus γND major erit angulo γAC. Itaque ND non erit parallelos ipsi AB sed inclinabitur versus AC. Itaque Planeta D non manebit in eo circulo…*“ Česky: „*Pročež ∢ γND bude větší než ∢ γAC. Tak ND není rovnoběžné s AB, ale je skloněné směrem AC. A proto planeta D nezůstane na kružnici…*“

Kepler vyložil, že v počátečních fázích dráhy po průchodu aféliem bude ∢ γND větší než ∢ γAC. V blízkosti afélia se planeta pohybovala pomaleji. Oběžná rychlost na epicyklu byla konstantní. Při celkovém oběhu kolem Slunce Mars však vymetal rozdílné úhly za stejné časové úseky.

Další rozvíjení oválového modelu v kap. 46 již narazilo na obtíže. Proto autor vytvořil smíšenou variantu,



kombinující dva různé přístupy. Délky převzal z *vicarious hypothesis* zatímco vzdálenosti poskytovala excentrická kružnice se středem mezi Sluncem a ekvantem, za podmínky *bisekce excentricity*. Pro srovnání vypočítal aplikací zákona ploch rovněž délky, neodpovídaly modelu *vicarious hypothesis*.

Z historického hlediska je pozoruhodné zavedení elipsy jako náhrady oválu poprvé v [2] již v kap. 47 prostřednictvím tabulky, v níž uvedené výsledky výpočtů vycházely z eliptické dráhy. Elipsa byla geometricky přesně definována, autorovi se s ní lépe počítalo. Její definitivní a podložené zavedení jako dráhy je zachyceno až v kap. 58.

V kap. 47 Kepler propočítával pravou anomálii, úhel afélium – Slunce–Mars = ∢ ASM, užitím tří modelů, viz analýza Thurstona v [24]:

A. model *vicarious hypothesis*;
B. kruhové dráhy splňující zákon ploch;
C. eliptické dráhy připomínané výše splňující zákon ploch.

Výsledky vypočítaných úhlů shrnul do tabulky 2.

A	B	C
41° 20′ 33″	41° 28′ 54″	41° 14′ 19″
84° 42′ 2″	84° 42′ 26″	84° 39′ 42″
131° 7′ 6″	130° 59′ 25″	131° 14′ 5″

Tab. 2 Výsledky vypočítaných úhlů.

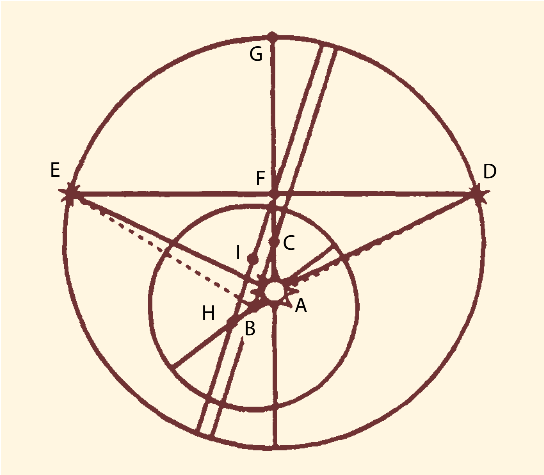
Prvně uvedený model *vicarious hypothesis* odpovídal přesně délkám. Porovnáním hodnot dospěl autor k prognostickému závěru, že hledaná dráha Marsu by měla ležet mezi kruhovou B a eliptickou C a bude další elipsou.

Oválový model dráhy Kepler definitivně odmítl v kap. 49 pro neodstranitelné rozdíly mezi hodnotami parametrů vypočítaných a stanovených z pozorování, přestože zvažoval jeho různé tvary a velikosti. V dalších pokusech autor zkoumal vzdálenosti Marsu od Slunce. Zjištění pomocí pozorování se ukázala větší, než udával ovál, a menší, než by měla být pro excentrickou kružnici. Zpřesňoval proto elementy dráhy Marsu, zejména polohu uzlů a dráhový sklon, což bylo důležité pro zlepšení hodnot šířek planety, jejichž chyby odhadoval na 4′–5′ (ovlivněné chybou refrakce, paralaxy).

Vnitřní autorova nespokojenost s dosavadním řešením ho vedla zpět k přímým triangulačním metodám v kap. 51–53. Ty však nebylo možné vzhledem k jejich nepřesnostem bezprostředně použít k určení typu dráhy planet, jak konstatoval v závěrech analýzy Wilson v [25]. Příkladně při středním poloměru dráhy Země 100 000 dílů dosahovala chyba přibližně 100 až 200 dílů, což znamenalo, že Kepler nemohl určit u Země odchylku od kruhové dráhy. Pouze zjistil, že střed dráhy leží nedaleko Slunce. Při středním poloměru dráhy Marsu 152 000 dílů činila odchylka elipsy od kružnice 650 dílů. Všechny uvedené číselné hodnoty jsou podle propočtů Wilsona [26].

Další důkaz o správnosti zavedení skutečného Slunce podal Kepler v kap. 52. Definitivně poopravil Tychonovy hodnoty z opozic jejich přepočtem při posunu ze středního na skutečné Slunce, s využitím úvahy z kap. 6 a vzdáleností z kap. 51. Opíral se o obr. 13, kde

» Moje první chyba byl předpoklad dráhy ideální kružnicí. «



Obr. 13 Přímka apsid procházející pravým Sluncem.

v bodě G se nacházelo afélium dráhy Marsu, odpovídající oblouky z afélia byly GE, respektive GD na obě strany symetrické vzhledem k přímce apsid. Planeta je urazila ve stejných časech pouze tehdy, jestliže přímka apsid procházela skutečným Sluncem v bodě A, nikoliv středním Sluncem v bodě B.

V kap. 53–55 trigonometrickými výpočty autor umístil hledanou dráhu mezi kruhovou a oválovou z kap. 47. Keplerem zpočátku rozpracované fyzikální hypotézy vyžadovaly posledně uvedenou. Velká tabulka, obsahující mimo jiné výsledky heliocentrických a geocentrických délek pro 28 pozorování Marsu, ukončila kap. 53. Pravděpodobně ji autor napsal ještě před objevem eliptického tvaru dráhy.

Posléze začátkem roku 1605 se ještě jednou vrátil k oválu v modelu nazvanému *via buccosa* – buclatá tvář. Jednalo se o poslední Keplerův mylný pokus před správnou elipsou. Realizoval ho po výkladu měřítka librace v kap. 57. Dráha v něm vystižená nebyla symetrická kolem průměrů v kvadrantech. Přínos modelu lze spatřovat v provedení výpočtů librace a vzdáleností.

Změnu vzdálenosti planety od Slunce pokládal za libraci, jejíž fyzikální příčinu nalezl v magnetické hypotéze. Při umístění planety na poloměr kružnice rozdíly poloh vůči pozorovaným dosahovaly asi 5′.

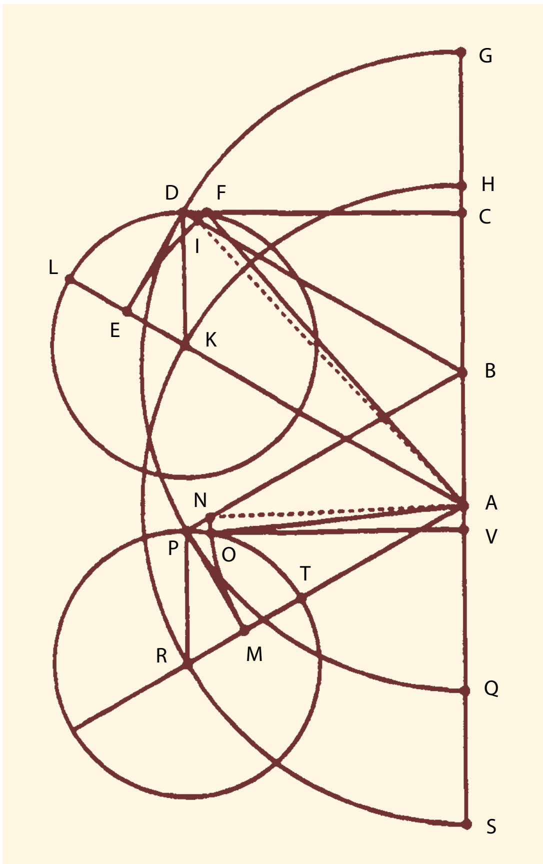
Následně zmiňovaný návrh modelu popsal v kap. 58 na obr. 14, kde A reprezentuje polohu Slunce, QG přímku apsid Marsu, B je geometrický střed kružnice s body GDQ zachycujícími dráhu planety, H označuje ekvant, HKRS je další kružnice se středem v Slunci. Na kružnici leží střed epicyklu, K a R jsou dvě různé polohy epicyklických středů s poloměry DK = RP = AB. Dále DE je kolmé na EA.

Původně Kepler konstruoval dráhu Marsu pomocí excentrické anomálie – úhlu $\theta = \sphericalangle$ GBD. Přímku z B zavedl pomocí kružnice v bodě D pro uvedený úhel. Rovnoběžně s BD zvolil přímku AK, protínající kružnici se středem v A. Obdržel epicykl s poloměrem DK rovným velikosti excentricity BA, úhel $\sphericalangle$ DKL se rovnal excentrické anomálii θ. Z bodu D spustil kolmici DE na AK. Získal délku $AE = 1 + \cos\theta$. Poté opsal kružnici se středem v A, oblouk EIF zachycuje její část. Prvotním Keplerovým záměrem bylo situování planety do bodu I s tím, že její dráha by mohla obkreslovat střed takových bodů (N ukazuje takovou polohu v dolním kvadrantu). Nesprávně se zpočátku domníval, že takto vytvořená křivka podobná ovoidu, mírně tlustší v blízkosti afélia než v blízkosti perihélia, by mohla vést ke korektním rovnicím ekliptikálních délek. Lze se také domnívat, že hypotéza modelu *via buccosa* mohla být výsledkem chybné konstrukce polohy Marsu na elipse.

Shrnuto, v epicyklickém modelu autor získal vzdálenost. Předpokládal polohu Marsu konstruovanou na poloměru ze středu B pro hodnoty excentrické anomálie, zachycovanou prostřednictvím librací vzdálenosti EA vzhledem k Slunci při poloměru BD (BP) tak, že polohy Marsu odpovídaly bodům I a N.

Ukažme si postup Keplera dokazující hruškovitý tvar zmiňované dráhy. Odvození se opíralo o geometrické úvahy: $\sphericalangle$ DKE = $\sphericalangle$ BAK (DK // BA), $\sphericalangle$ PRM = $\sphericalangle$ PBA, $\sphericalangle$ PBA = $\sphericalangle$ BAK (oblouk GD = oblouku QP). Dále $\sphericalangle$ DKE = $\sphericalangle$ PRM, KD = PR = AB, Δ DEK byl shodný se Δ PMR, ED = MP. Ale $\sphericalangle$ EDI = $\sphericalangle$ MPN, oba úhly jsou pravé, ED je kolmé BD, obdobně MP na BP. Dále platilo, že poloměr kružnice AE (AI) > AM (AN), poněvadž AK = AR. Autor si uvědomil, že $\sphericalangle$ AMP je pravý, stejně jako $\sphericalangle$ AED, MP = ED. Následně zavedl kružnici o poloměru AM protínající přímku PB v N a kružnici s poloměrem AE procházející přímkou DB v I. Odtud je zřejmé PN > DI. Model *via buccosa* poskytoval širší dráhu v dolním kvadrantu než v horním, byla tak asymetrická.

Pravděpodobně ještě při psaní úvodních částí kap. 57 Kepler neměl jasno o tvaru dráhy Marsu. Teprve odmítnutí modelu *via buccosa* v kap. 58 ho přivedlo k aproximativní elipse. Své vysilující úsilí a pochybnosti vyjádřil Kepler v [2] s. 366 takto: „*Multo vero maximus erat scrupulus, quod pene usque ad insaniam considerans et circum spiciens, invenire non poteram, cur Planeta, cui tanta cum probabIlitate, tanto consensu observatarum distantiarum, libratio LE in diametro*



Obr. 14 Asymetričnost modelu *via buccosa*.

LK tribuebatur, potius ire vellet ellipticam viam, aequationibus indicibus.“ Česky: *„Zdaleka největší obavu mi působilo, že přestože jsem téměř až k šílenství přemýšlel a hledal, nemohl jsem přijít na to, proč planeta, které byla s tak velkou pravděpodobností, s tak velkým souladem pozorovaných vzdáleností přisouzena librace LE na průměru LK, chce raději obíhat po eliptické dráze, jak udávají rovnice.“*

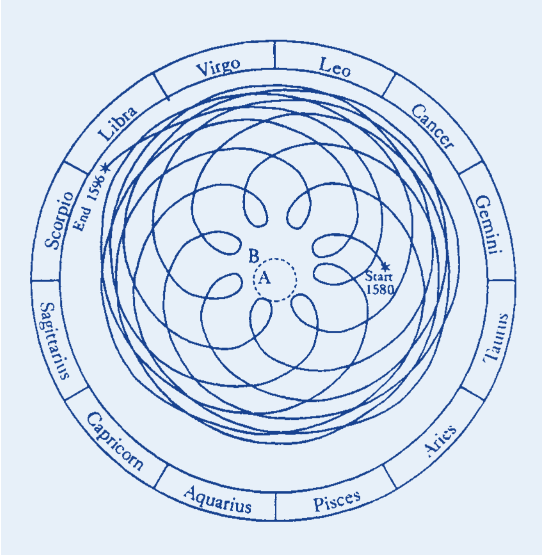
Při závěrečném kroku autor modifikoval výše zmiňovaný model, rozhodl se na obr. 14 pro polohu Marsu v bodě F a dospěl k elipse. To už však je jiný příběh pro další článek.

Závěr

Ukázali jsme Keplerovu komplikovanou cestu předcházející objevu eliptické dráhy Marsu. Při svých krocích po ní autor opustil dřívější principy rovnoměrných kruhových pohybů zabudované do hypotéz modelů v antice a používané ještě Koperníkem i Tychonem Brahem. Kepler zpřesnil heliocentrický model polského astronoma. Učinil tak způsobem, který by jeho autor sám nikdy nepoužil. Výpočty vztahoval ke skutečnému, nikoliv střednímu Slunci, a v určité fázi svých úvah opětovně zavedl ekvant. Zejména však definitivně navrženou dráhou – elipsou zrušil představu o rovnoměrných kruhových pohybech. Připomeňme, že Koperník nepřipouštěl nerovnoměrný pohyb nebeských těles, neboť k tomu nespatřoval vnitřní či vnější příčiny.

Metody vytvořené v [2] lze charakterizovat jako ve své době novou formu astronomického výzkumu, spočívající v efektivním zpracování početných různorodých pozorovacích údajů a jejich vyhodnocení již v souvislosti s fyzikálními příčinami. Přitom provedl Kepler řadu dílčích inovací. Aplikoval *bisekci excentricity* pro upřesnění dráhy Země. Zavedl dráhu Marsu, jejíž rovina procházela Sluncem a měla konstantní sklon k rovině ekliptiky. Použitím pravidla ploch dokázal stanovit jak čas planety na dráze, tak vyvinout způsob určování planetárních poloh. O půl století později Boulliau ve spise Astronomica philolaica [27] z roku 1645 výše uvedené zdokonalil aproximativní metodou.

Překlad latinského textu na s. 1–2 provedla K. Petrovičová. Článek vznikl díky podpoře projektu „Prameny novověké vědy“ MUNI/G/0835/2016 MU Brno.



» …chce raději obíhat po eliptické dráze, jak udávají rovnice. «

Literatura

[1] V. Štefl: „Jak Kepler dospěl k prvním dvěma zákonům v Astronomia nova“, Čs. čas. fyz. **68**, 41 (2018).

[2] J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova.* Herausgegeben von Max Caspar. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck´sche Verlagsbuchhandlung München 1990.

[3] W. H. Donahue: *Astronomia Nova.* Green Lion Press, Santa Fe 2015. (Překlad do angličtiny)

[4] C. Wilson: „How Did Kepler Discovered His First Two Laws?“, Scientific American **226**, 92 (1972).

[5] E. J. Aiton: „How Kepler discovered the elliptical orbit“, The Mathematical gazette **59**, 250 (1975).

[6] J. B. Brackenridge: „Kepler, Elliptical Orbits, and Celestial Circularity: A Study in the Persistence of Metaphysical Commitment Part II“, Annals of Science **39**, 265 (1982).

[7] A. E. L. Davis: „Kepler´s Road to Damascus“, Centaurus **35**, 143 (1992).

[8] W. Koot: Kepler´s battle with the Mars orbit A modern approach to the steps taken by Kepler. Dostupné na WWW: http://dspace.library.uu.nl/handle/1874/302355.

[9] M. Koperník: *De Revolutionibus Orbium coelestium Libri VI.* Norimbergae, apud John. Petreium, 1543.

[10] N. M. Swerdlow, O. Neugebauer: *Mathematical Astronomy in Copernicus´s De Revolutionibus. Part 1–2.* New York, Springer Verlag 1984.

[11] B. H. Bennett: *The Keplerian revolution: astronomy, physics, and the argument for heliocentrismus.* A dissertation for the degree of Doctor of Philosophy, Ontario 1999.

[12] B. Stephenson: *Kepler´s Physical Astronomy.* Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1994.

[13] R. Martens: *Kepler´s Philosophy and the New Astronomy.* Princeton University Press, Princeton, New Jersey 2000.

[14] J. B. Voelkel: *The Composition of Kepler´s Astronomia Nova.* Princeton University Press, Princeton, Oxford 2001.

[15] J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band XIV Briefe 1599–1603.* C. H. Beck´sche Verlagsbuchhandlung München MCMXLIX. s. 264–280, 317–336.

[16] J. Ross: The Fallacy of the Equant. ΔΥΝΑΜΙΣ **1**, 17 (2007).

[17] W. H. Donahue: *Selections from Kepler´s Astronomia Nova.* Green Lion Press, Santa Fe 2008.

[18] E. J. Aiton: „Kepler´s Second Law of Planetary Motion“, Isis **60**, 75 (1969).

[19] E. J. Aiton: „The Elliptical Orbit and the Area Law“, Vistas in Astronomy **18**, 573 (1975).

[20] J. B. Barbour: *The Discovery of Dynamics.* Oxford University Press, Oxford 2001.

[21] P. Barker, B. R. Goldstein: „Distance and velocity in Kepler´s Astronomy“, Annals of Science **51**, 59 (1994).

[22] A. Mazer: *Shifting the Earth.* John Wiley & Sons, Hoboken 2011.

[23] J. Kepler: *Epitome astronomiae Copernicanae.* Lentijs ad Danubium, excudebat Johannes Plancus 1618–1621.

[24] H. Thurston: *Early Astronomy.* Springer Verlag, New York 1994.

[25] C. Wilson: „Kepler´s Derivation of the Elliptical Path“, Isis **59**, 4 (1968).

[26] C. Wilson: „Kepler´s Ellipse and Area Rule – their Derivation from Fact and Conjecture“, Vistas in Astronomy **18**, 587 (1975).

[27] I. Boulliau: *Astronomia philolaica.* Simeonis Piget, Paris 1645.