

Kdy byla poprvé určena vzdálenost Země – Slunce?

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity, Kotlářská 2, 611 37 Brno; stefl@physics.muni.cz

Určování vzdáleností kosmických těles ve sluneční soustavě vždy patřilo k nejdůležitějším astronomickým metodám. Historicky nejdříve byla v 2. století př. n. l. stanovena Hipparchem (190–125) vzdálenost Měsíce, následně se v pozdní antice astronomové pokoušeli zjistit vzdálenosti planet. V novověku se určení jejich paralax a tím i vzdáleností stalo aktuálním, neboť omezovalo další rozvoj astronomie. První reálné pokusy k překonání této překážky proběhly ve druhé polovině sedmnáctého století. Především šlo o nalezení vzdálenosti Země – Slunce, výchozí ve škále prostorových představ o sluneční soustavě. V tehdejší době to byl obtížný úkol vzhledem ke značné disproporcii mezi ní a velikostí Země, jejich poměr činí 12 000:1. Základna pro měření úhlů je velmi malá oproti velkým vzdálenostem.

K řešení problému napomohla astronomicky výjimečně vhodná příležitost – velká opozice Marsu v září roku 1672. Tento planetární aspekt a zpřesnění úhlových měření umožnily řádově správné určení jeho paralaxy a následně tak vzdálenosti Země od Slunce, tzv. astronomické jednotky.

Nejprve provedeme stručné shrnutí předchozího vývoje prostorových představ o sluneční soustavě. Uceleněji je prvně popsal Klaudios Ptolemaios (90–165). Historikové zpravidla zjednodušeně uvádějí, že jeho geocentrický systém zachycoval pouze úhlové vzdálenosti planet, neboť při výpočtech předpovědí jejich poloh nehrály skutečné velikosti či vzdálenosti žádnou podstatnější úlohu. Podrobnější pohled však odhaluje, že jak v *Μαθηματικη συνταξις* – v Matematické skladbě, nejčastěji nazývané Almagest [1] –, tak i v dalších Ptolemaiových spisech se vyskytují úvahy o souvislostech úhlových a absolutních vzdáleností planet, viz rozbor v [2, 3].

Především v nevelkém spisu *Υποθέσεις των πλανωμένων*, česky Planetární hypotézy, vzniklém až po Almagestu, byla detailně rozpracována soustava homocen-

trických sfér spojená s pokusem o nalezení prostorového rozložení planet. Ptolemaios vycházel z předpokladu, že maximální vzdálenost vnější planety od středu Země byla rovna minimální vzdálenosti následující vnitřní. Pohyb planet podle autora probíhal nezávisle díky rotaci sfér různé tloušťky vložených tak, aby mezi nimi neexistovalo prázdno. Jednotlivé sféry měly Měsíc, Merkur, Venuše, Slunce, Mars, Jupiter a Saturn, nehybné hvězdy, další vystihovala precesi a poslední, společná všem tělesům, vytvářela denní pohyb. Planetární hypotézy se odlišovaly od Almagestu ve třech směrech:

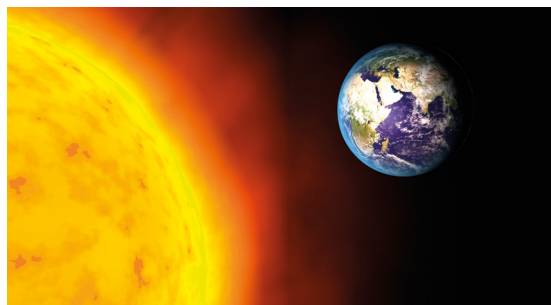
1. Pro popis pohybu kosmických těles byla používána rozdílná soustava parametrů.
2. Při výkladu pohybu planet v šířce byl využit zjednodušený kinematický model.
3. Přístup k samotným modelům byl změněn, nebyly považovány za geometrické abstrakce, ale za součást celkového mechanismu.

Kombinováním pozorovacích údajů s výpočty metodou postupných aproximací Ptolemaios našel, že poměry velikostí poloměrů epicyklů a deferentů pro Merkur, Venuši, Mars, Jupiter a Saturn jsou postupně 0,376, 0,720, 0,658, 0,129, 0,103. V tabulce jsou uvedeny vnitřní a vnější poloměry planetárních sfér, vyjádřené v poloměrech Země R_Z .

planeta	vnitřní poloměr	vnější poloměr
Měsíc	33	64
Merkur	64	166
Venuše	166	1 079
Slunce	1 160	1 260
Mars	1 260	8 820
Jupiter	8 820	14 187
Saturn	14 187	19 865

Jak jste seznali, k planetám v pozdní antice přiřazovali Měsíc a Slunce. Měřítko vzdáleností ve sluneční soustavě bylo zmenšeno přibližně o řád. Nicméně je zřetelné, že vzdálenosti mezi planetami byly mnohem větší než libovolné pozemské.

Ptolemaios uváděl úhlový průměr Slunce 30krát větší než u hvězd s nejmenší jasností. Vycházel přitom z racionálního stanoviska, že úhel $1'$ je roven úhlové velikosti $1/30$ pozorovaného průměru Slunce, což odpovídá přibližně limitní rozlišovací schopnosti lidského oka. Snad právě proto v Planetárních hypotézách





Obr. 1 Schéma stavba sluneční soustavy podle Koperníka.

odhadoval pozorované úhlové průměry planet v jednotkách průměru Slunce takto: Venuše 1/10, Jupiter 1/12, Merkur 1/15, Saturn 1/18 a Mars 1/20. Hodnoty vztahoval ke středním vzdálenostem planet od Země. Pozorované úhlové průměry planet byly přeceněny. Jejich zvětšení bylo kompenzováno snížením vzdáleností planet. Rovněž se Ptolemaios pokusil alespoň přibližně určit velikosti planet ve srovnání se Zemí. Jupiter byla podle něj největší planeta, následoval Saturn.

Mnohem konzistentnější obraz sluneční soustavy, především v pořadí a relativních vzdálenostech planet, podal ve svém heliocentrickém systému Mikuláš Koperník (1473–1543) ve spisu *Nicolai Copernici Torinensis De Revolutionibus Orbium coelestium Libri sex*, česky Mikuláše Koperníka Toruňského šest knih o obězích nebeských sfér [4]. U každé planety odvodil její největší, střední a nejmenší relativní vzdálenost od Slunce.

Prostorové uspořádání popsal v knize první, kapitole desáté *O pořadí nebeských sfér*, v níž je umístěna kresba – schéma vesmíru, v terminologii Koperníka světa, viz obr. 1.

V citované kapitole Koperník uvádí: „Proto se nezdáráme tvrdit, že všechno to, co Měsíc uzavírá ve svou sféru, jakož i střed Země, obíhá stejně jako ostatní planety v oné velké sféře kolem Slunce jedenkrát za rok a že při Slunci je střed světa, v němž také nehybné Slunce spočívá. Cokoli se zdá být pohybem Slunce, se mnohem lépe dá pravdivě vysvětlit pohybem Země. Velikost světa je však taková, že i když ona vzdálenost Země od Slunce má vzhledem k libovolným ostatním sférám planet a vzhledem k jejich oběhům sdostatek zřetelnou velikost, vzhledem ke sféře stálic je nezřetelná.“

Harmonii celku i jednotlivých částí zdůrazňuje argument estetický: „Avšak uprostřed všech spočívá Slunce. Vždyť kdo by v tomto překrásném chrámu vložil tuto svítivku do jiného a lepšího místa, než odkud by zároveň všechno mohla osvětlovat? Jistě nikoliv nevhodně někteří nazývají Slunce lucernou světa, jiní jeho myslí, jiní jeho vládcem“... „Shledáváme tedy v tomto uspořádání podivuhodnou symetrii světa a právě harmonické spojení pohybu sfér s jejich velikostí, jaké žádným jiným způsobem nemůže být nalezeno.“

<http://ccf.fzu.cz>

Při výpočtech kinematiky planet Koperník zvolil za počátek vztážné soustavy střed dráhy Země, nikoliv Slunce, jednotlivé planety se vyznačovaly různými středy drah.

Z antiky Koperník převzal chybné představy o absolutních hodnotách vzdáleností planet, předpokládal vzdálenost Země – Slunce rovnou přibližně 1 200 R_Z , zhruba 7,5 milionu kilometrů, tedy 20krát menší než ve skutečnosti. Nejvzdálenější pozorovatelná planeta Saturn se podle Koperníka nacházela ve vzdálenosti pouze 60 milionů kilometrů.

Jako astronom se zamýšlel nad nenalezením paralaktických posuvů hvězd – v Obězích [4] vyslovil myšlenku: „Přestože poloměr zemské dráhy je velký, přesto je nicotně malý ve srovnání se vzdáleností nehybných hvězd.“ Uvědomoval si, že tehdejší astrometrická pozorování lidským okem nedovolovala stanovení malých parallax. Sám se nepokoušel odhadnout vzdálenosti hvězd od Země. Přínos Koperníka k problematice velikostí a vzdáleností planet bývá podceňován, neboť je skryt v průběžném textu Oběhů, jak je podrobněji rozebíráno v [5].

Ke stanovení horizontálních parallax Marsu a Slunce byly ve druhé polovině 17. století vytvořeny předpoklady, které se však ukázaly nedostatečné. V širším slova smyslu k nim patřilo upřesnění rozměrů Země Jeanem Picardem (1620–1682), použití dalekohledů vybavených mikrometry různých konstrukcí vyvinutými v Anglii v roce 1638 Williamem Gascoignem (1612–1644) a roku 1666 ve Francii Adriem Auzoutem (1622–1691), přenosných kyvadlových hodin s nastavitelnou délkou závěsu od roku 1656 zásluhou Christiana Huygense (1629–1695). Výše zmiňované umožnilo ve svém souhrnu výjimečné generaci astronomů uskutečnit první pokusy o paralaktická měření ve sluneční soustavě.

Její realizace byla spojována především s expedicí do Cayenne ve Francouzské Guyaně v letech 1672–73. Iniciovala ji vedoucí osobnost francouzské astronomie italského původu Giovanni Domenico Cassini (1625–1712), ředitel pařížské hvězdárny, viz obr. 2, který formuloval její cíle následovně: zlepšit soulad mezi atmo-



Obr. 2 Giovanni Domenico Cassini

The image shows four columns of tables from a historical astronomical work. The first column is titled 'Tabula Refractio-nis' and contains data for refraction at different altitudes. The second column is 'Tabula Paralla-xium Solis' for solar parallax. The third is 'Tabula Refractio-nis' for other objects. The fourth is 'Tabula Paralla-xium Solis' for other objects. Each table has multiple columns for different parameters like altitude, refraction, and parallax.

Obr. 3 Tabulky refrakce z malvasiánských efemerid z r. 1662.

sférickou refrakcí a paralaxou Slunce, zjistit skutečnou hodnotu sklonu ekliptiky, stanovit paralaxu Marsu při opozici planety a odtud i Slunce, určit souřadnice (deklinaci, rektascenzi) a hvězdné velikosti objektů, které nebyly pozorovatelné v Paříži. Roční výpravu vedl Jean Richer (1630–1696). Z velkého počtu získaných pozorování Cassini později vybral pouze některá, která považoval za užitečná a vyhovující.

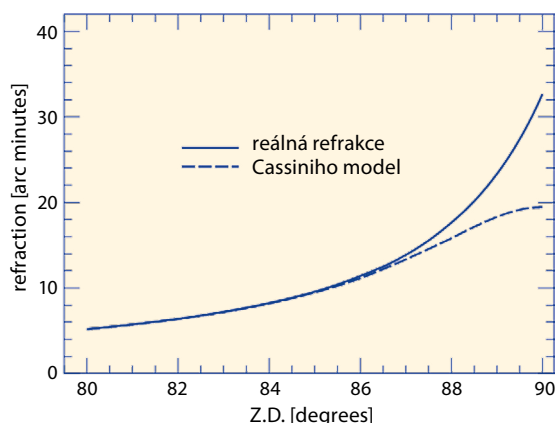
Podpůrným cílem Richerovy výpravy byla optimalizace atmosférické refrakce vyvolávající zvyšování výšky objektu nad horizontem. Tímto problémem se Cassini zabýval ještě za svého pobytu v Itálii od roku 1656. Vypočítal tři různé tabulky refrakce, pro jaro, respektive podzim, léto a zimu, v nichž předpokládal odlišnou výšku zemské atmosféry. Zachytil tak větší refrakci v zimě než v létě. Cornelio Malvasia (1603–1664) tabulky umístil do tzv. malvasiánských efemerid [6] z roku 1662, ukázka viz obr. 3. Jejich propočtení vycházelo z hodnoty sluneční paralaxy nepřesahující 12". V průběhu novověku se ukázalo, že používané velikosti (Koperník 3' 1", Tycho Brahe 2' 59", Kepler 1') jsou příliš velké, odhady postupně klesaly. Cassini pochopil, že je potřebná další redukce a provedl snížení (59" → 12"). Jeho nyní již fyzikálně podložená teorie refrakce vycházela ze Snellova zákona, předpokládala homogenní atmosférické vrstvy o stejné hustotě a indexu lomu. Ten ve skutečnosti s klesající výškou a zvyšující se hustotou spojitě narůstá. Refrakce poklesávající k zenitu podle autora modelu probíhala pouze na horní hranici atmosféry, v jeho propočtech ve výšce 2000 toise, tedy zhruba 4 km (starší francouzská délková jednotka 1 toise = 1,949 m). I přes zjednodušené vyjádření se tak podařilo zachytit přibližně tlakové a teplotní změny v atmosféře. Doplňme, že závislost atmosférické refrakce na teplotě jako první historicky vyzdvihl roku 1669 Jean Picard (1620–1682). Cassini používal jednoduchý vztah ve tvaru $\alpha(z_0)/tgz_0 = 1'$, kde úhel refrakce v čitateli je vyjádřen v minutách, tg ve stupních. Jeho podrobné fyzikální

zdůvodnění je detailně rozebíráno v [7, 8, 9]. V tabulce podle Cassiniho, převzaté z [7], je zachycena velikost astronomické refrakce při narůstající zenitové vzdálenosti:

zenitová vzdálenost	refrakce	zenitová vzdálenost	refrakce
0°	0' 0"	70°	2' 39"
15°	0' 16"	75°	3' 38"
30°	0' 34"	80°	5' 28"
45°	0' 59"	85°	10' 32"
60°	1' 42"	90°	32' 20"
65°	2' 6"		

Je zřejmé, že Cassiniho vztah nebyl úplně vhodný při velkých zenitových vzdálenostech, v nichž hodnoty refrakce již neodpovídají reálným, viz obr. 4. Byl však základem pro novou teorii refrakce, v níž Cassini sloučil odlišné refrakční tabulky pro různá roční období s rozdílnými teplotami do jedné – jsou zachyceny v [10], ukázka tabulek obr. 5. Pomocí nich po návratu Richerovy expedice z Cayenne v roce 1673 provedl opravu na atmosférickou refrakci. Richer zjistil hodnotu výšky Slunce při letním slunovratu $-71^\circ 27' 40''$ – a při zimním $61^\circ 35' 16''$. Podle dříve používaných tabulek Tycho Brahe (1546–1601) měla být refrakční korekce nulová, paralaktická měla dosahovat v prvním případě +55" a ve druhém +1' 28". Tudíž korigované hodnoty měly být $71^\circ 28' 35''$ a $61^\circ 36' 44''$ a z nich určený sklon ekliptiky měl dosahovat $23^\circ 27' 21''$. V nových Cassiniho tabulkách autor provedl opravy pro výšku Slunce $71 \frac{1}{2}^\circ$: korekce na refrakci $-20''$ a na paralaxu +3"; pro výšku $61 \frac{1}{2}^\circ$ korekci na refrakci $-32''$ a na paralaxu +4". Reálné výšky Slunce v Cayenne při slunovratech tak byly $71^\circ 27' 23''$ a $61^\circ 34' 48''$. Sklon ekliptiky určil Cassini na $23^\circ 28' 54 \frac{1}{2}''$, zaokrouhleně $23^\circ 29'$. Jedním z podstatných výsledků expedice do Cayenne byla zpřesněná hodnota sklonu ekliptiky (Koperník uváděl hodnotu $\epsilon = 23^\circ 28'$). Shrnutí – ke stanovení polohy Marsu Cassini použil malou hodnotu sluneční paralaxy a velkou refrakční korekci.

Jak jsme již uvedli, k určení vzdálenosti Země – Slunce astronomové využili velkou opozici Marsu, která nastala k 8. září 1672. Pozorování Marsu v blízkosti perihelia jeho dráhy při opozici se ukázalo obtížné, neboť planeta se nacházela v souhvězdí Vodnáře a byla na obloze osvětlována úplňkem Měsíce z vedlejšího souhvězdí Ryb. Standardně používaný zjednodušující výklad stanovení paralaxy Marsu obvykle pouze kon-



Obr. 4 Porovnání atmosférické refrakce reálné a dle Cassiniho modelu.

VERIFIEZ PAR LES OBSERVATIONS. 81
T A B L E
DES REFRACTIONS ET DES PARALLAXES
du Soleil.

Dif- fance au Zen- it.				Hau- teur.				Réfra- cti- on.				Paral- laxe du So- leil.			
D	D	'	''	D	D	'	''	D	D	'	''	D	D	'	''
0	90	0	0	30	60	0	34	60	30	1	42	8			
1	89	0	1	31	59	0	35	61	29	1	46				
2	88	0	2	32	58	0	37	62	28	1	51				
3	87	0	3	33	57	0	38	63	27	1	55				
4	86	0	4	34	56	0	40	64	26	2	0				
5	85	0	5	35	55	0	41	65	25	2	6				
6	84	0	6	36	54	0	43	66	24	2	12				
7	83	0	7	37	53	0	45	67	23	2	18				
8	82	0	8	38	52	0	47	68	22	2	25				
9	81	0	9	39	51	0	49	69	21	2	31				
10	80	0	10	40	50	0	50	70	20	2	39				
11	79	0	11	41	49	0	52	71	19	2	49	9			
12	78	0	12	42	48	0	54	72	18	3	0				
13	77	0	13	43	47	0	56	73	17	3	11				
14	76	0	14	44	46	0	58	74	16	3	24				
15	75	0	15	45	45	0	59	75	15	3	36				
16	74	0	16	46	44	1	1	76	14	3	54				
17	73	0	17	47	43	1	3	77	13	4	12				
18	72	0	18	48	42	1	5	78	12	4	32				
19	71	0	19	49	41	1	7	79	11	4	58				
20	70	0	20	50	40	1	10	80	10	5	28				
21	69	0	21	51	39	1	12	81	9	6	4				
22	68	0	22	52	38	1	15	82	8	6	47				
23	67	0	23	53	37	1	18	83	7	7	44				
24	66	0	24	54	36	1	20	84	6	8	55				
25	65	0	25	55	35	1	23	85	5	10	32				
26	64	0	26	56	34	1	27	86	4	12	48				
27	63	0	27	57	33	1	30	87	3	15	6				
28	62	0	28	58	32	1	34	88	2	21	4				
29	61	0	29	59	31	1	38	89	1	27	56				
30	60	0	30	60	30	1	42	90	0	32	20	10			

Rec. de l'Ac. Tom.VIII.

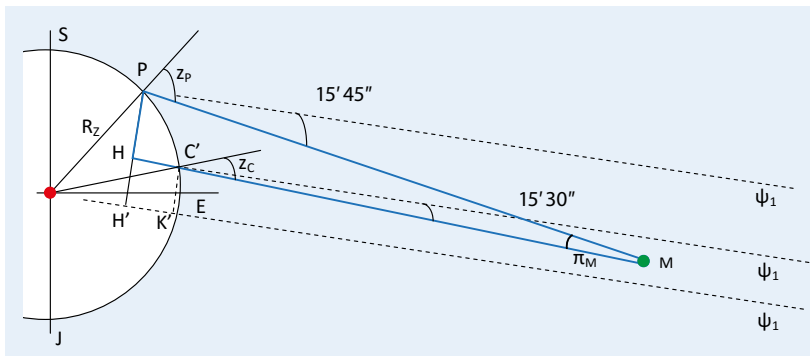
L

Obr. 5 Ukázka Cassiniho sjednocených tabulek refrakce.

statuje, že měření vycházelo ze srovnání poloh planety na pozadí hvězd v Paříži a Cayenne na podzim 1672.

Takto formulované vyjádření vyžaduje doplňující výklad, jehož posloupnost se bude přidržovat zvolených metod zpracování zmiňovaných pozorování. Použité paralaktické metody poledníková a denní byly ve svých principech jednoduché. Implicitně však v sobě obsahovaly stanovení polohy Cayenne, vzdálenosti Paříž – Cayenne, zajištění shodného času simultánního pozorování v obou místech, měření polohy Marsu vzhledem k okolním hvězdám pomocí dalekohledů, určení rektascenze a deklinace. Vlastní astrometrická měření dalekohledy byla zatížena přístrojovými chybami i přes jejich vybavení mikrometry. Ve druhé polovině 17. století byly kyvadlové hodiny při zjišťování času ještě nespolehlivé. Popsané postupy vnašely chyby do celkových výsledků, kterými nutně byly zatíženy vypočítané paralaxy Marsu a Slunce.

Shrnuto – získaná pozorovací data nemohla být přesvědčivá. Nelze se proto divit, že jejich následné zpracování bylo méně přehledné. Předběžné výsledky byly



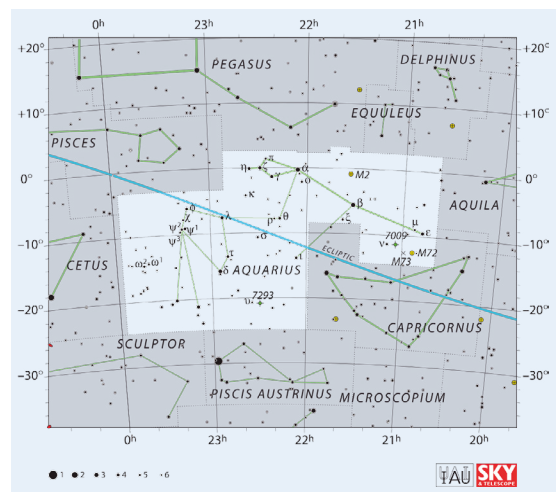
Obr. 6 Schéma souběžného pozorování Marsu z Paříže a Cayenne podle Toulmonda.

uveřejněny již roku 1673 [10], souborné shrnutí však až s odstupem desetiletí v roce 1684 [11]. Důvodem mohla být skutečnost, že Cassini z napozorovaných dat vybíral pouze taková, která podporovala již publikované hodnoty. Soubor měření Marsu, získaný Richerovou expedicí v Cayenne, jakož i ve Francii, se ukázal málo přesný pro zjištění reálné paralaxy planety. Z druhé strany časový odstup publikování umožnil kvalifikovanější analýzu i vyváženější pohled, kritičtější posouzení závěrů. Podrobný rozbor dílčích výsledků byl detailně shrnut van Heldenem v [12], náš text bude z něho vycházet.

Metoda poledníková využívala pozorování Marsu ze dvou vzdálených stanovišť, z Paříže a Cayenne, v blízkosti rovníku, vyžadovala dva pozorovatele – Cassiniho a Richera. Zjišťovali relativní paralaxu určenou rozdílem v rektascenzi a deklinaci mezi Marsem a zvolenými hvězdami v obou místech, za předpokládané neměnnosti poloh hvězd. Následně Cassini propočítal paralaktický posun přechodu mezi oběma pozorovacími místy ve stejném časovém okamžiku a odtud paralaxu Marsu. Uvedený rozdíl byl malý v rektascenzi, zatímco v deklinaci maximální. Přesnost této metody tak závisela na stanovení rozdílu deklinací. Nezbytná byla synchronizace hodin na obou pozorovacích místech.

Po návratu Richerovy expedice v srpnu 1673 bylo možné zpracovat souběžná pozorování z obou výše zmiňovaných míst. Přitom stanovení polohy Marsu vyžadovalo určení zenitových vzdáleností při započítání refrakčních vlivů.

Princip Cassiniho poledníkové metody zpracování měření popsal Toulmonde v [13], vycházel z obr. 6. Astronomové při pozorování určili úhlové rozdíly – zenitové vzdálenosti mezi Marsem (M) a hvězdou ψ^1 ze souhvězdí Vodnáře, které činily v Paříži (P) 15' 45''



Obr. 7 Souhvězdí Vodnáře.

a v místě C' Guinejského zálivu ležícím na stejné zeměpisné délce jako Paříž a šířce jako Cayenne 15' 30''. Deklinace Marsu k danému datu byla stejná, obdobně jako jeho kulminační výška. Rozdíl zenitových vzdáleností $\sphericalangle PMC'$ byl průběžnou paralaxou Marsu $\pi_M = 15''$. Je to úhel, pod kterým by byla pozorována z Marsu úsečka $PH = PH' - C'K'$. Její vyjádření je $PH = R_Z \sin z_p - R_Z \sin z_C = R_Z \Delta \sin z$, kde z_p, z_C jsou zenitové vzdálenosti Marsu na poledníku P – C', $z_p \approx 60^\circ$ a $z_C \approx 16^\circ$.

Vzdálenost r_{ZM} Marsu od Země Cassini našel ze vztahu

$$\varpi_M = \frac{R_Z}{r_{ZM}}$$

Ainsi cette augmentation doit être attribuée à un défaut imperceptible des Observations qu'il est plus seur de patrager également entre la seconde & la troisiéme, faisant la difference 15". à un temps moyen entre le 9. & le 24. de Septembre, comme entre le 16. & le 17. du même mois.

Obr. 8 Cassiniho komentář k přesnosti pozorování.

Po dosažení do $PH = R_Z \Delta \sin z = r_{ZM} \pi_M$ obdržel skutečnou paralaxu Marsu

$$\varpi_M = \frac{\pi_M}{\Delta \sin z} = \frac{15''}{0,5904} = 25,4''.$$

Úhlový průměr kotoučku Marsu byl 24", denní pohyb planety podle [14] zhruba 16'. Každou hodinu se Mars posunul po obloze o 40", přibližně dvojnásobek hodnoty paralaktického posuvu. Proto byla nezbytně nutná synchronizace kyvadlových hodin, v Cayenne se vzhledem k pařížským zpožďovaly o 2 minuty 28 sekund za jeden den.

Ze III. Keplerova zákona vyplývaly relativní vzdálenosti planet, Mars se nacházel při pozici v září 1672 od Země 3820 relativních jednotek, zatímco Slunce 10000. Odpovídající úhel sluneční paralaxy tak činil $\pi_S = 25,4'' \times 0,3820 = 9,7''$, po zaokrouhlení 9,5".

Pro výpočty deklinačních rozdílů výše popsanou metodou zvolil Cassini, jak je rozebíráno v [12], tři řady pozorování Paříž – Cayenne ze dnů 5., 9. a 24. září 1672, ve kterých byla zjišťována poloha Marsu vzhledem ke třem hvězdám v souhvězdí Vodnáře zachyceným na obr. 7. Konkrétně použil deklinační rozdíl mezi Marsem a hvězdou ψ^1 Aquarius při průchodu poledníkem. Denní změny deklinace Marsu nalezl z pozorování poledníkových výšek planety. Následně provedl úpravu pro časový rozdíl mezi Cayenne a Paříží v deklinačních rozdílech měřených v Cayenne. Rozdíl délek obou míst stanovil na 3 hodiny 39 minut, tedy Mars procházel poledníkem o tuto dobu v Cayenne později. Průběžnou parallaxu Marsu získal odečtením rozdílů poledníkových výšek Marsu a ψ^1 Aquarius v místě C' a v Paříži. Jinak řečeno, „převedl“ měření z Cayenne na poledník pařížský. Při prvním pozorování 5. září 1672 stanovil ve stejném čase rozdíl deklinací mezi Marsem a výše uvedenou hvězdou v Cayenne 32' 22" a v Paříži 32' 10", průběžný paralaktický posuv měl hodnotu 12", obdobně 9. září 1672 13" a 24. září 1672 17". K poslednímu datu byl již Mars více vzdálený od Země než v předchozích pozorováních, tudíž paralaxa měla být menší, nikoliv větší, což Cassini komentoval slovy v [11], viz obr. 8: „Zvětšení musí být příspěvkem nepatrných nepostřehnutelných chyb při pozorování, které jsou většinou rozděleny rovnoměrně mezi druhé a třetí, mající rozdíl 15" v čase mezi 9. zářím a 24. zářím, tak jako mezi 16. a 17. téhož měsíce.“

V závěrečném zpracování poledníkové (deklinační) metody Cassini zvolil průběžný paralaktický rozdíl

XXXIII. Calcul abrégé de la parallaxe horizontale de Mars.

Distances apparentes du bord supérieur de Mars au Zenit			
En Caienne	15. 47. 5.	Sinus	27202.
A Paris	59. 40. 15.	Sinus	86314.
Difference des Sinus			59112.
Comme la difference des Sinus est au rayon			100000.
Ainsi la difference des parallaxes 15". est à 25"; parallaxe horizontale de Mars.			

Obr. 9 Cassiniho hodnoty paralax Marsu a Slunce z r. 1673.

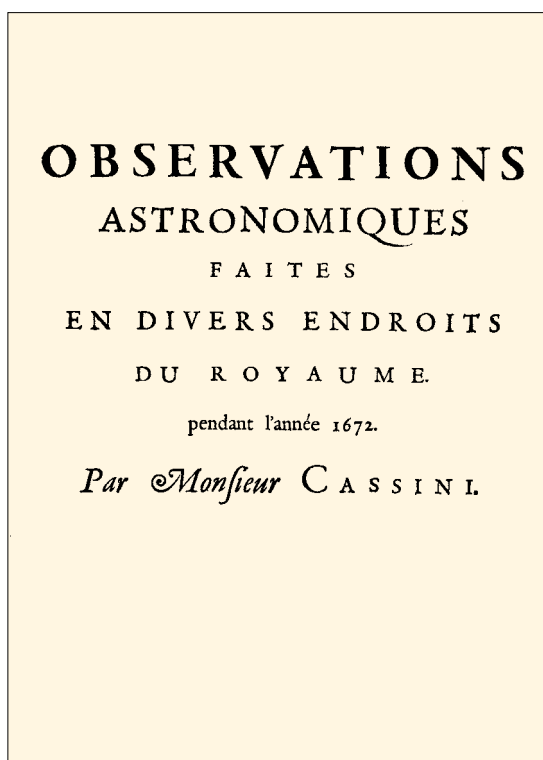
15", který jsme použili ve výše provedeném modelovém výpočtu. Následně odvodil horizontální paralaxu Marsu na 25½" [11], viz obr. 9.

Na obr. 10 je titulní list Cassiniho spisu Astronomická pozorování z roku 1672 [10].

Druhou z metod – denní paralaxu – používali ve Francii Cassini a jeho spolupracovníci. Spočívala v pozorování Marsu z místa P na Zemi v polohách A a A' vzhledem ke vzdáleným hvězdám, viz obr. 11 podle van Helden. Geocentrická poloha Marsu s ohledem na střed Země C se ve skutečnosti změnila z B do B'. Rozdíl mezi topocentrickou zenitovou vzdáleností \sphericalangle ZPA, respektive \sphericalangle ZPA' a geocentrickou zenitovou vzdáleností \sphericalangle ZCB, respektive \sphericalangle ZCB' je denní paralaxou Marsu.

Konkrétně na pozorovacím stanovišti určovali paralaktický posuv polohy planety vůči hvězdám ve dvou časech. Rektascenzi zpravidla zjišťovali pro dva obvykle stejné hodinové úhly \pm několik hodin před a po kul-

» Ze třetího Keplerova zákona vyplynuly relativní vzdálenosti planet. «



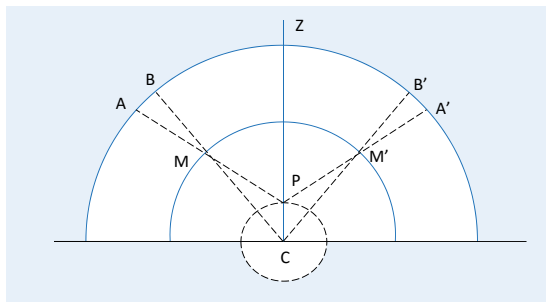
Obr. 10 Titulní strana Cassiniho spisu Astronomická pozorování r. 1672.

minaci. Praktická obtížnost metody měření rozdílů rektascenzí v různém čase vyžadovala znalost chodu kyvadlových hodin, což ve druhé polovině 17. století ještě nebylo zcela dořešeno.

Popsaným způsobem stanovovali denní paralaktický posuv Marsu Cassini a Ole Rømer (1644–1710) v Paříži. Z 8. až 9. září 1672 činil v rektascenzi časový rozdíl 67½ sekundy, obdobně mezi 9. až 10. zářím téhož roku byl 66¼ sekundy. Odtud Cassini nalezl skutečný pohyb planety v rektascenzi v průběhu uvedeného časového intervalu.

Dalším výsledkem zpracování pozorovacích záznamů z 8. až 9. září 1672 bylo Cassiniho zjištění rozdílu 21½" v rektascenzi mezi Marsem a blízkými hvězdami, měřená v 8:36 hodin večer a v 3:56 hodin ráno. Denní pohyb planety v rektascenzi během 7 hodin 20 minut činil 19¾ sekundy časové míry. Rozdíl 1¾ sekundy odpovídal paralaktickému pohybu Marsu. Při znalosti jeho průchodu poledníkem, deklinace v daném čase

» Tato pozorování jsou dnes hodnocena jako méně spolehlivá. «



Obr. 11 Denní paralaxa Marsu podle van Helden.

a zeměpisné šířky Paříže Cassini vypočítal horizontální paralaxu Marsu $24\frac{3}{4}''$. Z dalších dvou obdobných měření v září 1672 dospěl k hodnotám paralaxy mezi $24''$ a $27''$. Zmiňovaná pozorování jsou dnes hodnocena jako méně spolehlivá, neboť chyba určování času $\pm\frac{1}{4}$ sekundy se promítala do chyby paralaxy Marsu zhruba $4''$.

Klíčovou hodnotu sluneční paralaxy $9,5''$ Cassini definitivně potvrdil až roku 1684 [15] – viz obr. 12. Chápal, že vypočítaná hodnota prostřednictvím paralaxy Marsu byla získána nedokonalými přístroji. Van Helden v [12] odhadl nepřesnost paralaxy Marsu na $2''$ až $3''$ a paralaxy Slunce na zhruba $6''$ až $8''$.

Shrnuto – Cassini pozorování zpracoval oběma paralaktickými metodami, poledníkovou (realizovanou deklinačními měřeními) a denní (rektascenzní). Po porovnání získaných hodnot paralax Marsu zvolil $25\frac{1}{2}''$, z ní vypočítal sluneční horizontální paralaxu $9,5''$ a odpovídající střední vzdálenost Země – Slunce $21\ 600 R_Z$, jak je zachyceno v [15].

Dosažené výsledky zhodnotil Cassini v později vydané detailní zprávě obsahující i zpracování pozorování jeho spolupracovníků v [15] následovně, viz ukázka textu na obr. 13: „Ale je většinou nemožné si být jist na 2 až 3 úhlové vteřiny v celkové paralaxe Marsu, zjištěné ze srovnání několika pozorování, z nich každé je předmětem sotva postřehnutelných neznatelných chyb. Navíc kromě toho odchylna, rozdíl 3 úhlových vteřin v celkové paralaxe Marsu, je dostatečná vyvolat změnu 1 000 poloměrů Země ve vzdálenosti, dokonce když je Mars nejbliže Zemi. Z toho se jeví, že není malým počínem určovat jeho nejmenší vzdálenosti od Země.“

Metodu denní paralaxy rozvíjel v Anglii John Flamsteed (1646–1719), viz obr. 14. Dalekohled vybavený mikrometrem příkladně použil pro měření polohy Marsu 6. října 1672 vzhledem ke třem hvězdám ψ Aquaris v průběhu noci v intervalu šesti hodin deseti minut a stanovil tak denní paralaxu planety. Přemístila se o $37\frac{1}{2}''$ retrogradně v délce a $1' 19\frac{1}{2}''$ v klesající šířce.

XXXVI. La Parallaxe du Soleil.

Selon les hypotheses des Coperniciens & des Tycho-niciens, qui sont équivalentes & les seules reçues des Astro-nomes modernes, la distance de Mars à la Terre étoit à la distance moyenne du Soleil à la Terre vers le temps des Observations précédentes à peu-près comme 1 à $2\frac{2}{3}$. Les parallaxes sont entre elles en proportion réciproque des distances: donc la parallaxe du Soleil dans la moyenne distance, à la parallaxe de Mars vers le temps de ces Observations étoit comme 1 à $2\frac{2}{3}$, ou comme $9\frac{1}{2}$ à $25\frac{1}{2}$. Ayant donc supposé la parallaxe de Mars, vers le temps de ces Observations, de $25\frac{1}{2}''$, comme elle a été trouvée par le calcul précédent selon la première méthode; la parallaxe du Soleil qui répond au demi-diamètre de la

Rec. de l'Ac. Tom. VIII.

Obr. 12 Cassiniho definitivní potvrzení paralaxy Slunce.

<http://ccf.fzu.cz>

V přednáškách o devět roků později, 4. května 1681 (viz [16]), ukázal, jak z těchto údajů našel horizontální paralaxu Marsu. Z tabulek jeho poloh zjistil retrogradní pohyb planety $20''$ v délce a $1' 13,5''$ v šířce. Z paralaktického posuvu stanovil součet paralax AB a A'B' (podle obr. 12) $17\frac{1}{2}''$ v délce a $6''$ v šířce. Geometrickým výpočtem určil paralaxu Marsu (nebyla větší než $25''$), paralaxa Slunce tak nepřesahovala $10''$. Slunce se tudíž podle výpočtu nacházelo ve vzdálenosti nejméně $21\ 000 R_Z$. Zpětně je obtížné posuzovat jeho mikrometrická měření. Zjištěný paralaktický rozdíl činil řádově $10''$, zhruba dvojnásobek chyby jím používaného mikrometru. Po zahrnutí dalších chyb výsledná paralaxa Marsu kolísala podle [12] v rozmezí $15''$ a $30''$.

Flamsteed sám si zřetelně uvědomoval, že velikost horizontální paralaxy Slunce je menší než přístrojová přesnost. První jeho písemné sdělení ohledně paralaxy je v dopise Oldenburgovi z 26. listopadu 1672, kde uvedl, ... „paralaxa Marsu byla velmi malá, určitě

XXXVII. Les distances de Mars & du Soleil à la Terre.

La parallaxe horizontale de Mars étant supposée comme dans le calcul précédent, de $25\frac{1}{2}''$, donne la distance de Mars à la Terre au temps des Observations précédentes de 8 100. demi-diamètres de la Terre; & la parallaxe du Soleil étant supposée de $9\frac{1}{2}''$ donne la distance du Soleil à la Terre de 21 600. demi-diamètres de la Terre.

Voilà de grandes distances que nous venons de conclure de trois petites parallaxes. Elles sont justes selon la Trigonometrie, si l'on suppose les parallaxes exactes jusqu'aux secondes précises. Mais il est presque impossible de s'affurer de 2 ou 3 secondes dans la parallaxe totale de Mars tirée du rapport de plusieurs Observations, dont chacune est sujette à quelque erreur imperceptible. Or une variation de 3 secondes dans la parallaxe totale de Mars suffit pour faire une variation de 1 000. demi-diamètres de la Terre dans la distance, lors même qu'il est plus proche de la Terre: d'où il paroît que ce n'est pas une petite entreprise que de déterminer la moindre distance à la Terre à 1 000. demi-diamètres de la Terre près; & par conséquent celle du Soleil à 2 000. ou 3 000. demi-diamètres près.

Obr. 13 Cassiniho stanovení vzdálenosti Země – Slunce, komentář k přesnosti paralaxy Marsu.

menší než $30''$. Tudíž očekávaná paralaxa Slunce není větší než $10''$...“.

Za tři měsíce později v únoru 1673 Flamsteed revidoval předchozí závěry [17]. Český překlad klíčové věty textu: ... „Poznal jsem jistě z mých pozorování, že sluneční paralaxa není větší než $10''$, ano, pravděpodobně ale $7''$...“.

V červenci 1673 napsal otevřený dopis Cassinimu, který byl publikován v [18], v němž pozměnil názor: „Paralaxa Marsu v opozici v perigeu není nikdy větší než $25''$, z kteréhož vyplývá, že paralaxa Slunce je nanejvýš $10''$ a jeho vzdálenost činí $21\ 000 R_Z$.“ Viz ukázka na obr. 15. Z výše uvedeného je zřejmá nejistota Flamsteeda ohledně obdržených výsledků, což potvrdil postupným publikováním různých hodnot paralax Marsu, u Slunce nejčastěji $10''$. I vedoucí osobnost fyziky konce 17. století Isaac Newton (1643–1727) pravděpodobně věděl, že astronomická komunita včetně Edmonda Halleyho (1656–1742) je příliš neakceptovala, proto jim zpočátku ani on sám nedůvěřoval. V prvním vydání Principií [19] z roku 1687 uváděl pro horizontální sluneční paralaxu hodnotu $20''$, tudíž vzdálenost Země – Slunce $10\ 000 R_Z$. Vzdálenosti kosmických těles soustavy Slunce – Země – Měsíc Newton zkoumal dynamickým způsobem v souvislosti s jejich relativními hmotnostmi, viz



Obr. 14 John Flamsteed

rozbor v [20]. Ve druhém vydání Principií v roce 1713 pracoval s hodnotou paralaxy 10". Na různých místech třetího vydání Principií z roku 1726 nalezneme odlišné hodnoty 11", 12", 13", rovněž 10,5", což podle [12] lze chápat jako střední hodnotu z 9" a 12".

Koncem 17. století zásluhou autorit Cassiniho a Flamsteeda byla hodnota vzdálenosti Země – Slunce 21 600 R_Z považována za správnou a vyhovující, prakticky až do zpracování výsledků pozorování průchodů Venuše přes sluneční disk v letech 1761 a 1769 metodou navrženou Halleyem [21], která již byla dostatečně přesná, viz například [22].

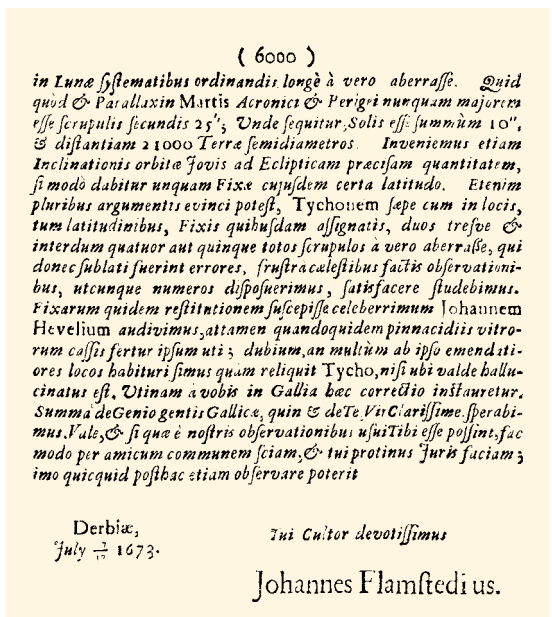
Článek popsal první pokusy o určení paralaxy Marsu při jeho velké opozici roku 1672 různými metodami, na pozadí odhalil způsob uvažování Cassiniho a Flamsteeda. Jejich výsledky ze zpracovaných pozorování nebyly dostatečně průkazné. Z dnešního retrospektivního pohledu je hodnotíme jako méně spolehlivé. Astronomové dospěli k paralaxě Marsu asi 25½" rovné přibližně přesnosti přístrojů. Z ní propočítaná horizontální paralaxa Slunce 9½" kriticky zhodnoceno reálně změřitelná nebyla. Avšak nízká hodnota paralax a tudíž velká vzdálenost Země – Slunce naznačovaly, že historické tradiční antické představy o prostorovém uspořádání sluneční soustavy byly již neudržitelné. V tomto smyslu i méně přesvědčivé výsledky znamenaly velký pokrok ve stanovení vzdáleností.

Literatura

[1] G. J. Toomer: *Ptolemy's Almagest*. Princeton University Press, Princeton 1998. Překlad do angličtiny.
 [2] B. R. Goldstein: „The Arabic version of Ptolemy's planetary Hypotheses“, *Transactions of the American Philosophical Society* 57, No. 4, 3 (1967).
 [3] Ch. C. Carman: „Rounding numbers: Ptolemy's calculation of the Earth-Sun distance“, *Archiv History of Exact Sciences* 63, 205 (2009).
 [4] M. Koperník: *Obehy nebeských sfér*. Veda, VSAV, Bratislava 1974. Překlad do slovenštiny.
 [5] A. Goddu: „Ptolemy, Copernicus and Kepler on Linear Distances“, *Organon* 35, 43 (2006).

[6] C. Malvasia: *Ephemerides Novissimae Motuum Coelestium Marchionis*. Modena, Cassiani 1662.
 [7] A. I. Mahan: „Astronomical Refraction – Some Historie and Theories“, *Applied Optics* 1, Issue 4, 497 (1962).
 [8] F. Bruin: „Atmospheric Refraction and Extinction Near the Horizon“, *Archive for History of Exact Science* 25, No. 1, 1 (1981).
 [9] J. K. Heilbron: *The Sun in the Church*. Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts 2001.
 [10] G. D. Cassini: „Observations astronomiques faites en divers endroits du Royaume pendant l'anne 1672“, *Mémoires de l'Academie Royale des Science*, Tom. VII., 349 (1673).
 [11] G. D. Cassini: „Les Elémens de l'Astronomie verifiez par monsieur Cassini par le Rapport des Tables aux Observations de M. Richer faites l'Isle de Cayne“, *Mémoires de l'Academie Royale des Science*, Tom. VIII., 113 (1684).
 [12] A. van Helden: *Measuring the Universe*. The University of Chicago Press, LTD. London 1986.
 [13] M. Toulmonde: „Parallaxe du Soleil“, *L'Astronomie* 118, 274 (2004).
 [14] J. Bok: „Jak se měřila sluneční soustava“, *Astropis* 11, 12 (2004).
 [15] G. D. Cassini: „Les Elemens de l'Astronomie verifiés par le rapport des Tables aux Observations de M. Richer, faites en l'Isle de Cayenne“, *Mémoires de l'Academie Royale des Science*, Tom. VIII, 55 (1730).
 [16] E. G. Forbes: *The Gresham Lectures of John Flamsteed*. Mansell, London 1975, s. 91.
 [17] *Correspondence of Scientific Men of the Seventeenth century, including letters of Barrow, Flamsteed, Wallis, and Newton*. Vol. II. Flamsteed to Collins, s. 160. Oxford: At the University Press. M.DCCC.XLI.
 [18] J. Flamsteed: „Johannis Flamstedii Derbienfis Angli, A D Clariffimum Cassinum Epiftola“, *Philosophical Transactions* July 21, Numb. 96, 6094 (1673).
 [19] I. Newton: *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Londini 1687.
 [20] D. Leverington: *Babylon to Voyager and Beyond: A History of Planetary Astronomy*. Cambridge University Press, Cambridge 2003.
 [21] E. Halley: „Methodus singularis qua Solis Parallaxis sive distantia a Terra, ope Veneris intra Sol conspiciende, tuto determinari poterit“, *Philosophical Transactions* 29, 454 (1716).
 [22] T. Hornby: „The Quantity of the Sun's Parallax, as deduced from Observations of the Transit of Venus, June 3, 1769“, *Philosophical Transactions*, January 1, 61, 574 (1771).

» Tradiční antické představy o prostorovém uspořádání sluneční soustavy již byly neudržitelné. «



Obr. 15 Ukázka z Flamsteedova dopisu Cassinimu z r. 1673.