

Byl objev Neptunu náhodný?

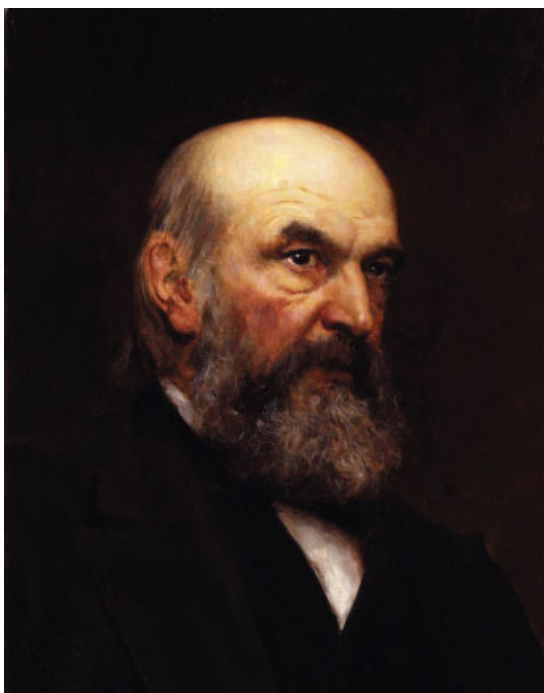
Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity, Kotlářská 2, 611 37 Brno; stefl@astro.sci.muni.cz

Pro hloubavého čtenáře jsou v hlavní části článku shromážděna v historické posloupnosti fakta k zamyšlení se nad výše položenou otázkou. V roce 2016 uplyne 170 roků od jednoho z nejvýznamnějších činů lidského intelektu v historii nebeské mechaniky – objevu planety Neptun. Udál se za neobvyklých a částečně i dramatických okolností na různých místech Evropy. Proběhl zásluhou úspěšného propojení matematicky obtížných a časově náročných výpočtů ve Francii, Anglii a krátkého pozorování v Německu.

Zřetelně formulovaná myšlenka o existenci planety vyvolávající zrychlování a zpomalování pohybu Uranu, podložená rozsáhlými korektními výpočty, se objevila již v září 1845 u Johna Couche Adamse (1819–1892), viz obr. 1. Priorita objevu planety především na základě určení její polohy zveřejněné koncem srpna 1846 však náleží Urbainu Jeanu-Josephu Le Verrierovi (11. 3. 1811–23. 9. 1877), viz obr. 2. Zásluhou publikací učinil svoje výsledky dostupné celému světu a současně navíc dokázal přesvědčit německé astronomy k jejímu hledání završenému rychlým úspěšným nalezením.

Vraťme se k červnu roku 1845, kdy se ředitel Pařížské hvězdárny Dominique François Arago (1786–1853) obrátil na Le Verriera s námětem na objasnění nepravidelností pohybu Uranu. Planeta v období let 1780–1830 zrychlovala a následně od roku 1831 zpomalovala svůj pohyb. Jak se ukázalo později po objevu Neptunu, v roce 1821 proběhla jeho opozice vzhledem k Uranu, proto následně s určitým zpožděním nastou-



Obr. 1 John Couch Adams.



Obr. 2 Urbain Jean-Joseph Le Verrier.

pilo zpomalování pohybu sledované planety, které se po roce 1831 stalo výrazným, narůstalo přibližně 6"–7" za rok. Pověření Le Verriera nebylo náhodné, neboť od roku 1839 se zabýval propočty drah planet, stabilitou sluneční soustavy, pohybem Merkuru, v roce 1842 publikoval dvě poznámky týkající se poruch pohybu Uranu.

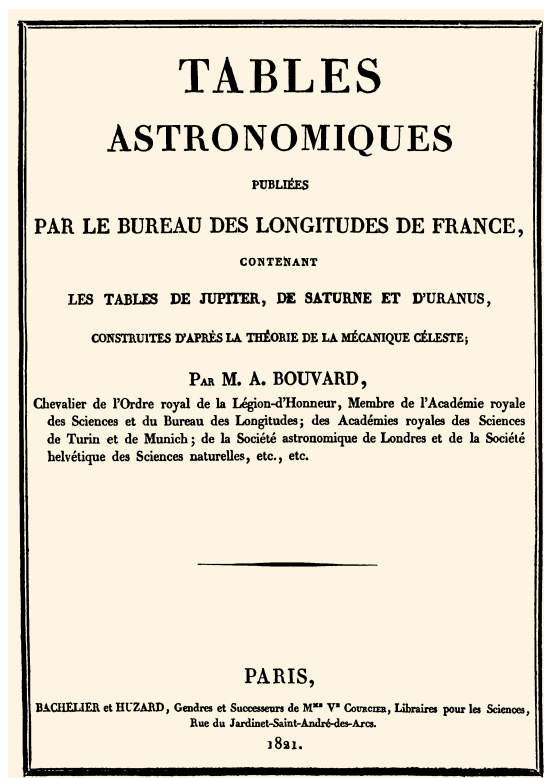
Již v předchozím období před Le Verrierem se Laplaceův žák Alexis Bouvard (1767–1843), viz obr. 3, pokoušel nalézt výklad nepravidelností pohybu Uranu. Jako jeden z prvních vyslovil domněnku o existenci další gravitačně působící planety. Bouvard do propočtů pohybu Uranu zahrnoval pouze poruchové působení planet s největší hmotností Jupiteru a Saturnu, gravitační interakci ostatních planet zanedbával. Matematické výpočty poruch prováděl Laplaceovou metodou, přímou integrací pohybových rovnic, tzv. mechanickou kvadraturou (numerickým výpočtem určitých integrálů), což byl tehdy standardní postup.



Obr. 3 Alexis Bouvard.

Uvažoval přitom upřesněné hodnoty hmotnosti obou planet a zdokonalenou vlastní teorii jejich pohybu z roku 1808, ve které rozdílly teoreticky vypočítaných a pozorovaných poloh zmiňovaných planet nebyly větší než 5". Získal vztahy pro vyjádření poruch délek Uranu vyvolané oběma planetami pro období 1690–1820 a sestavil tabulky efemerid [1], viz titulní list na obr. 4.

K výpočtům Bouvard nejprve využil jak stará předobjevová pozorování Uranu od Johna Flamsteeda (1646–1719), Jamese Bradlyho (1693–1762), Tobiasa Mayera (1723–1762) a Charlese Lemonnierera (1715–1799),



Obr. 4 Titulní strana Bouvardových tabulek efemerid planet.

tak také nová přesnější. Pouze ta při definitivních proočtech posléze použil. Na obr. 5 je ukázka z přehledu některých citovaných pozorování, zachycená v pozdějším Le Verrierově článku [2].

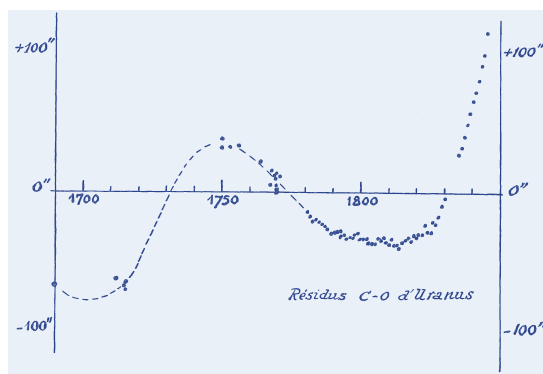
1690. Une observation unique de <i>Flamsteed</i> ..	— 19,9
1712 et 1715. Quatre observations concordantes faites par <i>Flamsteed</i>	+ 5,5
1750. Deux observations de <i>Lemonnier</i>	— 7,4
1753 et 1756. Deux observations, très précises faites par <i>Mayer</i> et <i>Bradley</i>	— 4,0
1764. Une observation faite par <i>Lemonnier</i> ...	+ 4,9
1768 et 1769. Huit observations faites par <i>Lemonnier</i>	+ 3,7

Obr. 5 Předobjevová pozorování Uranu.

Propoččet dráhových elementů ukázal, že při využití starých pozorování existují při řešení dráhy Uranu velké nepřesnosti, nevysvětlitelné pozorovacími chybami. Obdobně při použití dat z nových pozorování nebyla přesnost žádoucí, vznikl nesoulad se starými údaji. Rozcházela se o (40" až 70"), tedy 8–14krát převyšovala pozorovací chyby, které činily v 18. století zhruba 5".

Ani Bouvardem zvolené definitivní řešení využívající při zpracování pouze pozorování z let 1781–1821 nevyhovovalo. Obr. 6, převzatý z Danjonova článku [3], zobrazuje diagram C-O závislosti délek Uranu na čase v intervalu roků 1690–1850. Výpočet vycházel z posledně uvedeného řešení, k němuž Le Verrier provedl korekci, zachycenou ve spisu [4] v tabulkách § 77.

Z obr. 6 je zřejmé, že před astronomy tak stanul problém interpretace nepravidelného pohybu Uranu. K jeho výkladu přistoupil na vrcholu svých sil třiceti-



Obr. 6 Diagram C-O pro Uran 1690–1850.

čtyřletý Le Verrier v létě roku 1845 se sobě vlastním nasazením. Již 10. listopadu téhož roku publikoval první matematické výpočty [5], přepočítal Bouvardovu teorii. Vyjádřil poruchy délek, šířek a rádius vektoru Uranu. Provedl opravu jeho tabulek délek o 40", neobjasnil však beze zbytku všechny anomálie pohybu. Další Le Verrierův postup, publikovaný 1. června 1846 v [6], spočíval ve stanovení dráhy Uranu při upravených integračních konstantách. To vedlo ke zmenšení rozdílů mezi vypočítanými a pozorovanými polohami planety na přibližně 20" (pořadí poloh volíme v souladu s obr. 6). Stále však hodnota byla příliš velká, nevysvětlitelná pozorovacími chybami. Následně se proto zabýval různými hypotézami k interpretaci zrychlování a zpomalování pohybu Uranu: existencí jeho velkého měsíce, komety či vlivu meziplanetární hmoty. Všechny je

ASTRONOMIE. — *Sur la planète qui produit les anomalies observées dans le mouvement d'Uranus. — Détermination de sa masse, de son orbite et de sa position actuelle; par M. U.-J. LE VERRIER.*

Obr. 7 Titulek článku O planetě vyvolávající pozorované anomálie v pohybu Uranu. Určení její hmotnosti, dráhy a současné polohy.

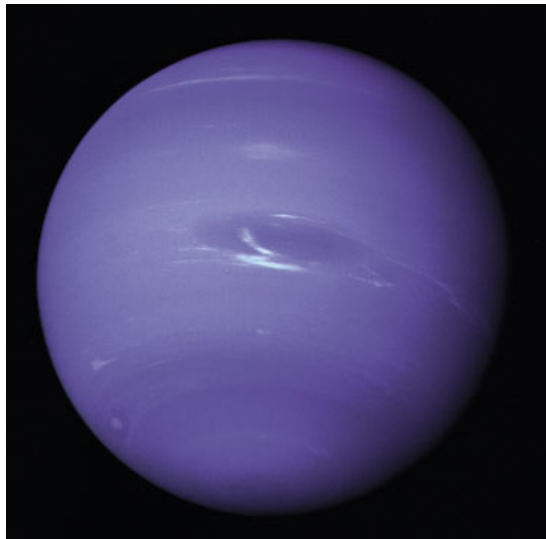
zavrhl a na základě propočtu poruchového působení vyslovil myšlenku o existenci vnější planety o hmotnosti $M_N = (1/10\,000 - 1/4\,700)$, vyjádřeno v jednotkách hmotnosti Slunce. Problematiku Le Verrier prohloubil v článku [7] z 31. srpna 1846, titulek článku je na obr. 7. Autor řešil podmínkové rovnice zachycující rozdíly pozorovaných a vypočítaných hodnot geocentrických délek. Dále provedl korekci hmotnosti na $M_N = 1/9\,300$, upřesnil dráhové elementy hledané planety, například velikosti velké poloosy $a = 36,15$ a. u. Nejistotě této hodnoty 35,04–37,90 a. u. odpovídala velikost oběžné doby v intervalu 207–233) dnů. Zásadně důležité a nové bylo autorem stanovení polohy planety – heliocentrické délky k určitému datu, odhad její jasnosti ≈ 8 mag a úhlové velikosti disku 3".

Překlad titulků článku [7] obr. 7: O planetě vyvolávající pozorované anomálie v pohybu Uranu. Určení její hmotnosti, dráhy a současné polohy.

Postup Le Verriera spočíval v rozsáhlých výpočtech gravitačního vlivu Jupiteru, Saturnu a zejména nově na určení poruchového vlivu hledané planety. Rozvedeno, nejprve řešil nerovnoměrný pohyb Uranu, upřesnil jeho dráhu. Souběžně stanovil poruchové síly neznámé planety a posléze její dráhové elementy a polohu.

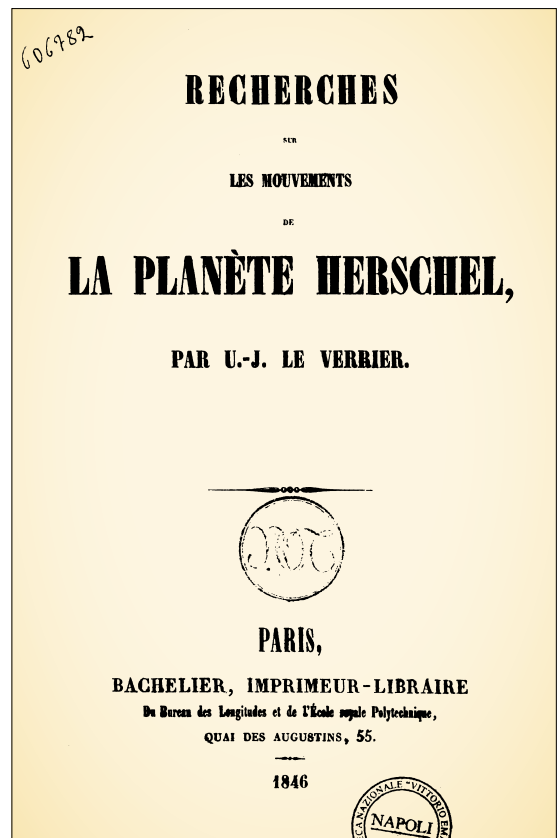
Stručně jsme v historickém pořadí popsali tři Le Verrierovy články, v nichž však byly shrnuty spíše vstupní komentáře a závěrečné výsledky než podrobnosti výpočtů. Vhodné je proto zastavit se u jednotlivých autorových kroků zachycených v pozdějším spisu [4], který je z hlediska interpretace myšlenkových postupů zásadním historickým dokumentem, neboť problematiku vysvětluje hlouběji než výše zmiňované články. Detailnější rozbor spisu, z něhož budeme vycházet, je v [8]. Titulní strana spisu [4] je na obr. 8.

První část spisu: **Poruchy eliptického pohybu Uranu vyvolaných působením Saturnu a Jupiteru odpo-**



Neptun vyfotografovaný sondou Voyager 2 v roce 1990.

<http://ccf.fzu.cz>



Obr. 8 Titulní strana spisu Recherches les Mouvements 1846.

vidá obsahově článku [5]. Výklad v [4] v § 3–5 začíná Le Verrier stručným shrnutím obecných vztahů pro určování poruch v tehdejší terminologii tzv. metodou simultánního stanovení nerovností, která je objasňuje ve vzájemné závislosti a ve stejném čase. Poruchové působení Saturnu na Uran formulované v § 15 propočítal autor v § 23 jak již zmiňovanou Laplaceovou metodou, tak i Lagrangeovou metodou variace dráhových elementů, přičemž dosáhl souhlasných výsledků, viz § 26 až § 28. V případě gravitačního vlivu Jupiteru zpravidla více vzdálenějšího od zkoumané planety než Saturn, využil v § 34 pouze prvně uvedenou metodou. Le Verrier stanovil rovněž vliv změn dráhových elementů Saturnu v důsledku působení Jupiteru, zatímco opačný vliv Saturnu na dráhové elementy Jupiteru zanedbával. Vytvořená teorie pohybu Uranu tak byla na svoji dobu kompletní, vyžadovala však doplnění propočtem poruch vyvolaných neznámou planetou. První Le Verrierův příspěvek k poruchovým funkcím byl publikován již roku 1841 v [9]. Jejich analytické vyjádření prostřednictvím Fourierova rozvoje řad pro vzájemné gravitační působení tří těles popsal Le Verrier později, roku 1855, v [10]. Koficienty řady byly funkcí hmotnosti, velkých poloos, výstředností a sklonů drah. Základní vztah pro poruchovou funkci dvou planet obíhajících kolem Slunce je na ukázce z [10]:

Considérons deux planètes m et m' , situées aux distances moyennes a et a' par rapport au Soleil, a étant supposé plus petit que a' .

Si nous désignons par r et r' les rayons vecteurs menés du Soleil aux centres de gravité des masses m et m' , par s le cosinus de l'angle compris entre ces rayons, les fonctions perturbatrices $R_{(a,1)}$ et $R_{(a,2)}$, correspondantes aux actions de m' sur m et de m sur m' , auront pour expressions

$$(1) \quad R_{(a,1)} = (r^2 + r'^2 - 2rr's)^{-\frac{1}{2}} - \frac{rs}{r'^2},$$

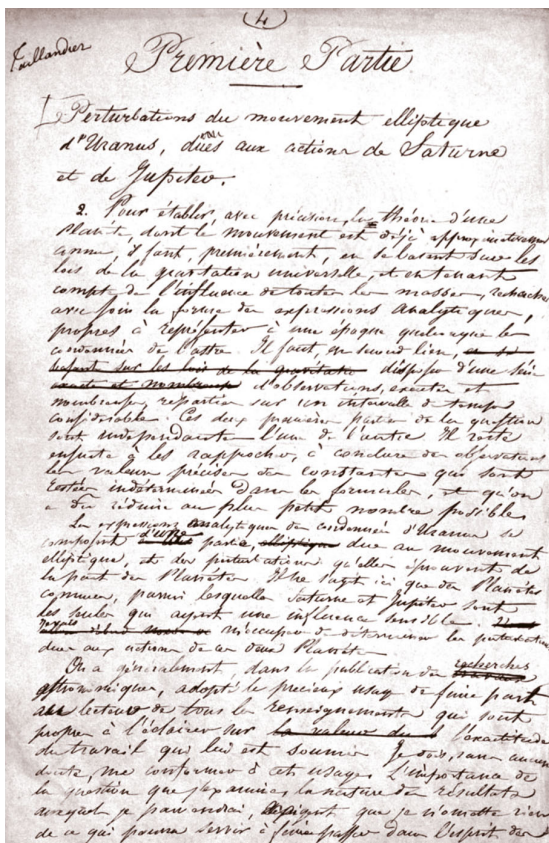
$$(2) \quad R_{(a,2)} = (r^2 + r'^2 - 2rr's)^{-\frac{1}{2}} - \frac{r's}{r^2}.$$

Ukázka z úvodu Le Verrierova rukopisu analýzy poruchového působení Saturnu a Jupiteru na Uran z roku 1846, viz obr. 9.

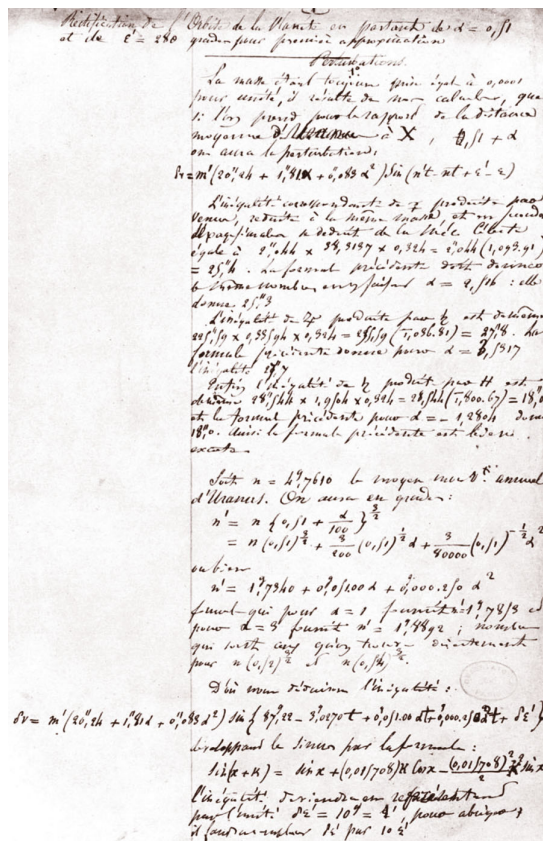
Ukázka rukopisu výpočtů rušícího tělesa na obr. 10, Le Verrier 1846.

Srovnání teorie s předcházejícími pozorováními ve druhé části začíná § 61. Teorii pohybu Uranu Le Verrier upravoval na základě analýzy rozdílů pozorovaných a vypočítaných poloh. Vybral pro tyto účely devatenáct starších pozorování a dvě stě šedesát největších pozorování z Greenwiche a Paříže z období let 1781–1845. Pracně přepočítal Bouvardovy tabulky, konkrétně stanovil geocentrické souřadnice pozorování planety, převedl je na heliocentrické souřadnice, určil heliocentrickou délku, šířku a rádius vektoru Uranu. Obdržené hodnoty efemerid geocentrických poloh Uranu v § 73 Le Verrier porovnal s výpočty již popsané teorie pohybu planety obsažené v [5], získal tak chyby teorie. Pokusil se je eliminovat vhodnými korekcemi k eliptickým dráhovým elementům planety. V úvodu § 79 si položil otázku: „Je možné zcela vyhovět předcházejícím rovnicím prostřednictvím vhodného určení hodnot neznámých veličin, které obsahují?“

Algebraické vyjádření chyb teorie rovných numerickým hodnotám stanoveným porovnáním pozorovaných a vypočítaných délek Le Verrier formuloval v podmínkových rovnicích. Jejich levou stranu položil rovnu pro určitý pozorovací čas známé konstantě, zatímco na pravou stranu umístil součty výrazů tvořících součiny koeficientů korekcí dráhových elementů zachycujících nepřesnosti vyvolané působením Neptunu na Uran. Dále se na pravé straně nacházel člen vyjadřující poruchy ve skutečné délce Uranu způsobené gravitací Neptunu. Le Verrier vycházel z toho, že rozdíly pozorovaných a vypočítaných hodnot byly



Obr. 9 Le Verrierův rukopis slovního textu poruchového působení Saturnu a Jupiteru na Uran.



Obr. 10 Le Verrierův rukopis výpočtu poruch.

zapříčiněny chybami dráhových elementů. Vhodným kombinováním rovnic snižoval jejich počty, až obdržel závěrečné, z nichž odvodil korekce čtyř dráhových elementů. Takto například zpřesnil hodnotu výstřednosti dráhy Uranu. Konečné výsledky však autora neuspokojily, jím vytvořená teorie nebyla způsobila interpretovat pozorovaný pohyb Uranu. Dospěl k závěru, že zrychlování a zpomalování pohybu je vyvoláno nepřetržitým silovým působením na planetu, které pozvolna mění intenzitu účinku. Nevysvětlenou část v teorii považoval za příspěvek nějaké vnější příčiny dosud astronomům neznámé planety nacházející se vně dráhy Uranu a působící na něj.

Třetí část spisu [4] nese název Pozorované odchylky v pohybu Uranu vysvětlitelné poruchovým působením nové planety, první určení polohy této nové hvězdy na obloze. Zachycuje obsah článku [6], začíná § 85. Le Verrier charakterizoval obtížnost problému, odvrhl různé hypotézy k vysvětlení anomálního pohybu Uranu a zavedl myšlenku existence planety. Na základě analýzy rozdílů poloh pozorovaných a vypočítaných vyvodil, že v časovém intervalu mezi roky 1690–1845 měla dosáhnout hledaná planeta maximálního poruchového působení na Uran dvakrát. Podle soudobé analýzy existuje pouze jedno maximum spojené s obdobím kolem konjunkce roku 1821. Na ukázkou úvah autora uvedeme otázky z textu § 87:

« Est-il possible que les inégalités d'Uranus soient dues à l'action d'une planète, située dans l'écliptique, à une distance moyenne double de celle d'Uranus? Et, s'il en est ainsi, où est actuellement située cette planète? Quelle est sa masse? Quels sont les éléments de l'orbite qu'elle parcourt? »

V českém překladu: „Je možné, že nerovnosti Uranu by mohly být vyvolány působením neznámé planety nalézající se na ekliptice v přibližně dvojnásobné vzdálenosti od Slunce než Uran? Jestliže ano, kde se planeta

» Člen vyjadřoval poruchy ve skutečné délce Uranu způsobené gravitací Neptunu. «



Obr. 11 George Bidel Airy.

aktuálně nachází? Jaká je její hmotnost? Jaké jsou její dráhové elementy?“

Le Verrier ukázal, že velikost velké poloosy dráhy rušící planety nemůže být větší než trojnásobek Uranovy. Dále v § 88 uvedl: „*Je nezbytné nalézt vyjádření pro poruchy vyvolané novým tělesem jako funkci jeho hmotnosti a neznámých dráhových elementů elipsy, které popisují, musíme zavést tyto poruchy do souřadnic Uranu, vypočítat prostřednictvím neznámých dráhových elementů elipsy, které tuto planetu popisují...*“

První výpočet v § 96 obdobný předcházejícím již dříve zmiňovaným v § 80 spočíval v řešení osmi podmínkových rovnic, zachycujících rozdíly pozorovaných a vypočítaných hodnot. Rovnice vhodným způsobem redukoval a získal mimo jiné první odhad hmotnosti hledané planety $-\frac{1}{4740}$ (vyjádřeno v jednotkách hmotnosti Slunce). Le Verrier si uvědomoval značnou nepřesnost výsledků, proto původní interval zpracovávaných pozorovaných poloh Uranu (98 roků) rozšířil. V § 122 poprvé vymezil polohu neznámé planety – napsal „... *na eliptické dráze, v jedné oblasti, ve které by se mohla nacházet rušící planeta a tak ovlivňovat pohyby Uranu, leží její střední délka 1. ledna 1800 mezi 243° a 252°.*“ Shrnutí v § 101–124 propočítal tzv. druhé řešení, stanovil hmotnost a dráhové elementy hledané planety, k němuž připojil diskusi omezenosti výpočtů. Její závěry ho vedly k nejistotě, zda lze vůbec anomální pohyb Uranu interpretovat poruchovým působením planety.

Nezdarem výsledků se však Le Verrier nenechal odradit a v průběhu tří měsíců provedl upřesňující výpočty, jsou ve čtvrté části: **Přesné určení dráhových elementů a současné polohy rušící planety vycházející z pozorování Uranu.** Obsah koresponduje s článkem [7], začíná § 124, který uvádí detailní upřesnění dráhových elementů hledané planety. V § 126 Le Verrier konstatoval, že pozorování Uranu by mohla být

interpretována jako důsledek poruchového působení planety, jejíž střední délka byla 252° k 1. lednu 1800. Výstřednost a délka perihélia byly dány již dříve uvedenými vztahy. Mimo jiné v § 127 určil heliocentrické poruchy, zpřesnil velikost velké poloosy dráhy hledané planety od Slunce. Řešením podmínkových rovnic autor v § 130 získal poruchy v geocentrické délce. Využitím metody nejmenších čtverců dospěl k definitivním dráhovým elementům neznámé planety v § 135–138, například k velikosti velké poloosy a oběžné doby. V § 137 upřesnil hmotnost planety. Od § 143 a v dalších paragrafech zkoumal limitní extrémy, které je nezbytné propočítat u vzájemně se rušených planet.

Poslední, pátá část je úvahou s názvem: **Je možné snížit počet pozorování polohy Uranu nezbytných ke stanovení polohy rušící planety?**

Popišme ve shrnutí Le Verrierovy výpočetní postupy. Při zpřesňování dráhových elementů Uranu za výchozí použil Bouvardovy hodnoty, eliptickou dráhu o velikosti velké poloosy $a = 19,182\,729$ a. u., výstřednosti $e = 0,046\,611$, dráhovém sklonu $i = 0^{\circ}46'28''$ a středním denním pohybem $n = 4,284\,901^{\circ}$, získané zpracováním pozorovacích dat v letech 1781–1820. Za počátek času zvolil Le Verrier 1. 1. 1800 00:00 hod.

Následně kombinoval údaje ze starých a nových pozorování z let 1690–1845, celkem řádově ze tří set. Vzhledem k rozsáhlosti souboru pozorovacích dat provedl nezbytná zjednodušení při jejich zpracování. Seskupením ve zvolených časových intervalech postupně redukoval původně větší počet rovnic. Podrobnější výklad struktury podmínkových rovnic je v [11].

Dráha Uranu a hledané planety je každá určena šesti dráhovými elementy, dohromady tedy dvanácti. Připomínáme, že dva elementy stanovují polohu dráhové roviny, tři další rozměry dráhy v její rovině a konečně poslední polohu planety na dráze. K nim dále přistupuje hmotnost hledané planety, tedy je potřebné znát celkem třináct veličin. Podrobněji v českém jazyce rozebral Seydler v [12]. Le Verrier vzhledem k velmi malému dráhovému sklonu Uranu $i = 0,770$ předpokládal, že pohyb hledané planety – Neptunu – probíhá v rovině ekliptiky, tedy položil $i = 0$. Při uvedeném pohybu tudíž neuvažoval také délku uzlu. V závěrečné fázi výpočtů řešil již pouze několik desítek rovnic pro devět neznámých. Volil čtyřicet různých číselných hodnot pro odlišné varianty výpočtů. Popsaná vstupní zjednodušení ve svých důsledcích ovlivnila přesnost výsledků, například skutečných délek.

Další snížení počtu neznámých spočívalo v tom, že pro neznámou planetu zvolil velikost velké poloosy. Při označení velikosti velké poloosy Uranu a_U , Neptunu a_N v prvním přiblížení zvolil Le Verrier

$$\alpha = \frac{a_U}{a_N} = \frac{1}{2}.$$

Následovalo upřesnění

$$\frac{a_U}{a_N} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}\gamma, \text{ při } -1 \leq \gamma \leq +1.$$

Autor předpokládal, že reálné hodnoty leží v intervalu $0,5 \leq \alpha \leq 0,6$.

Propočítával možné volby $\alpha = 0,49, 0,50, \dots, 0,60$ různých časových období, což vedlo k odlišným hodnotám řešení dráhových elementů, viz podrobná diskuse v [13]. Připomínáme, že skutečný poměr je

$$\frac{a_U}{a_N} = 0,638.$$

Poruchové působení planet na Uran se projevuje, jak jsme již uvedli, rovněž ve změně rádius vektoru. Jako jeden z prvních roku 1834 na tuto skutečnost upozornil George Bidel Airy (1801–1892), viz obr. 11, který objasnil změnu rádius vektoru planety při konjunkci s vnější planetou. Výklad opíral o skutečnost, že síla ve směru pohybu planety zvětšuje její rychlost a poloměr dráhy. Vycházel ze vztahu [14]

$$\frac{d^2}{dt^2}(r\Delta r) + \frac{\mu}{r^3}r\Delta r + 2\int \frac{dR}{dt} + r\frac{dR}{dt} = 0,$$

kde r je rádius vektor, R poruchová funkce, $\mu = n^2 a^3$.

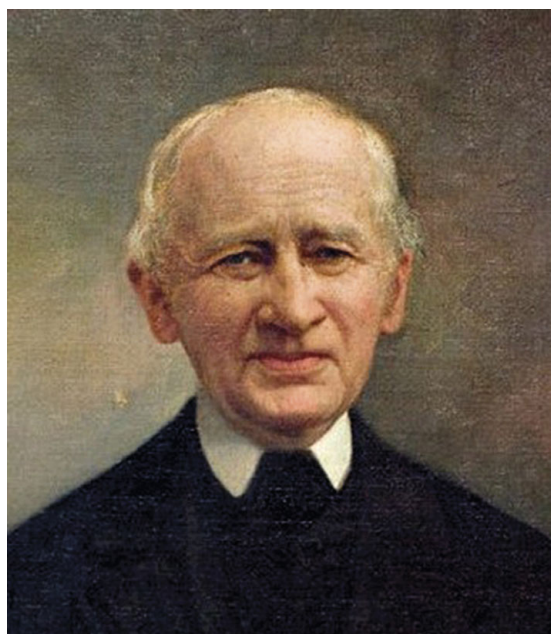
Podle II. Keplerova zákona

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{[\mu a(1-e^2)]}$$

existuje závislost rádius vektoru r a úhlu θ , tedy délky. Proto se ukázalo nezbytným chyby rádius vektoru objasňovat v souvislosti s chybami v délce, což Airy aplikoval ve výpočtech pohybu Uranu v [15]. Připomínáme, že zatímco heliocentrickou délku lze stanovit relativně přesně, určení rádius vektoru je méně přesné.

Roku 1846 Airy reagoval na druhou Le Verrierovu práci [5] dopisem z 26. června [16] s dotazem, zda zahrnul do výpočtů také chyby rádius vektoru Uranu, které jsou vyvolány poruchovým působením planet. V odpovědi Le Verrier 28. června [16] uvedl, že patřičné korekce v propočtech provedl. Detailně zkoumal závislost rádius vektoru na čase a kladl si otázku příčin jeho poruch.

Ze znalosti dráhových elementů Jupiteru, Saturnu a jejich hmotnosti Le Verrier propočítal poruchy délky, šířky a rádius vektoru Uranu. Posledně uvedenou vyjádřil podle [17] ve tvaru $dr = 0,00870 + 0,00336 \cos(l' - l + 354^\circ 51' 34'') + 0,00570 \cos(l' - 2l + 73^\circ 260' 08'') + 0,00105 \cos(l' - 3l + 269^\circ 29' 22'') + 0,00476 \cos(l'' - l + 0^\circ 24' 56'')$, kde l, l', l'' jsou střední délky Uranu, Saturnu a Jupiteru vyjádřené ve tvaru $l = nt + 173^\circ 30' 16''$, $l' = n't + 123^\circ 05' 29''$, $l'' = n''t + 81^\circ 52' 19''$.



Obr. 12 Johann Gottfried Galle.

À Monsieur J. G. Galle,
Astronome à l'Observatoire Royal de Berlin à Berlin.

Paris, le 18 Septembre 1846.

Monsieur,—J'ai lu avec beaucoup d'intérêt et d'attention la réduction des observations de Roemer, dont vous avez bien voulu m'envoyer un exemplaire. La parfaite lucidité de vos explications, la complète rigueur des résultats que vous nous donnez, sont au niveau de ce que nous devions attendre d'un aussi habile astronome. Plus tard, Monsieur, je vous demanderai la permission de revenir sur plusieurs points qui m'ont intéressé, et en particulier sur les observations de Mercure qui y sont renfermées. Aujourd'hui je voudrais obtenir de l'infatigable observateur qu'il voulait bien consacrer quelques instants à l'examen d'une région du ciel, où il peut rester une Planète à découvrir. C'est la théorie d'Uranus qui m'a conduit à ce résultat. Il va paraître un extrait de mes recherches dans les *Astronomische Nachrichten*. J'aurai donc pu, Monsieur, me dispenser de vous en écrire, si je n'avais eu à remplir le devoir de vous remercier pour l'intéressant ouvrage que vous m'avez adressé.

Vous verrez, Monsieur, que je démontre qu'on ne peut satisfaire aux observations d'Uranus qu'en introduisant l'action d'une nouvelle Planète, jusqu'ici inconnue; et ce qui est remarquable, il n'y a dans l'écliptique qu'une seule position qui puisse être attribuée à cette Planète perturbatrice. Voici les éléments de l'orbite que j'assigne à cet astre :

Demi-grand axe de l'orbite	36' 15 4
Durée de la révolution sidérale	217' 387 ans
Excentricité	0' 10' 761
Longitude du Perihelie	284' 45'
Longitude moyenne 1 ^{er} Janvier, 1847.	318' 47'
Masse	1/9300
Longitude Heliocentrique vraie au 1 ^{er} Jan. 1847	326' 32'
Distance au Soleil	33' 06

La position actuelle de cet astre montre que nous sommes actuellement, et que nous serons encore, pendant plusieurs mois, dans des conditions favorables pour le découvrir.

Obr. 13 Ukázka z dopisu Le Verriera Gallemu 18. září 1846.

Původní autorův propočet matematicky jinak vyjádřený ze [7] v § 60 je

Inégalités du rayon vecteur.

$$\begin{aligned} \delta r = & + 0,008.70 \\ & + 0,003.36 \cos(304^\circ.26'.47'' + 7^\circ.56'.10''.482t) \\ & + 0,005.70 \cos(209.31.5 + 3.3g.4,837t) \\ & + 0,001.05 \cos(232.4.3 - 0.38.0,808t) \\ & + 0,004.76 \cos(268.46.5g + 26.3.5t,074t) \end{aligned}$$

Z propočtů po odečtení gravitačního vlivu výše uvedených planet vyplynulo, že existuje navíc porucha vyvolaná neznámou vnější planetou. Pro zvýšení přesnosti pozorování vybral polohy v kvadraturách, kdy je úhel Uran – Země – Slunce pravý, mohl určovat přímo také poruchy rádius vektoru Uranu. Při tomto aspektu jsou rozdíly pozorovaných a vypočítaných geocentrických délek vyvolány jak chybami teorie v heliocentrické délce, tak i v rádius vektoru, jehož chyby se mohou projevovat nejvýrazněji.

Vratme se k historii. Po napsání článku [7] Le Verrier začal hledat vhodné pozorovatele k nalezení dosud neznámé planety. Jako energická a ctižádostivá osobnost se obrátil dopisem 18. září 1846 na astronoma Berlínské hvězdárny Johanna Gottfrieda Galleho (1812–1910), viz obr. 12. V textu žádosti, která dorazila do Berlína 23. září 1846, uvedl propočítané dráhové elementy planety, viz obr. 13.

Český překlad vybrané části textu podle Slouky v [18]:

... „Pane, dnes bych rád vymohl od neúnavného pozorovatele, aby laskavě věnoval několik okamžiků zkoumání určité oblasti oblohy, kde může být nalezena jediná planeta. K tomuto výsledku mne přivedla teorie Uranu. Výťah z mých výzkumů vyjde v nejbližší době v *Astronomische Nachrichten*. Uvidíte, vážený pane, že

» Z propočtů po odečtení gravitačního vlivu planet vyplynulo, že existuje navíc porucha vyvolaná neznámou vnější planetou. «



Obr. 14 Původní Fraunhoferův dalekohled z Berlínské observatoře z roku 1846.

dokazují, že nelze pozorováním Urana vyhověti matematicky jinak, než zavedením vlivu nové planety, až dosud neznámé. Zajímavé je, že v ekliptice je pouze jedno místo, na kterém může být tato rušící planeta. Tu jsou elementy dráhy, které jsem přisoudil tomuto tělesu:

velká poloosa dráhy	36, 154 a. u.
siderická oběžná doba	217,387 roků
výstřednost	0,10761
délka perihélia	284° 45'
střední délka 1. ledna 1847	318° 47'
hmotnost	1/9300
pravá heliocentrická délka 1. ledna 1847	326° 32'
vzdálenost od Slunce	33,06 a. u.

Nynější poloha tělesa ukazuje, že máme a ještě několik měsíců budeme mít příznivé podmínky k jeho objevení. Mimoto můžeme z velikosti jeho hmotnosti usouditi, že velikost jeho zdánlivého průměru je větší než 3". Je to takový průměr, že může být rozlišen v dobrých dalekohledech od neskutečného průměru hvězd, který vzniká následkem různých vad čoček.

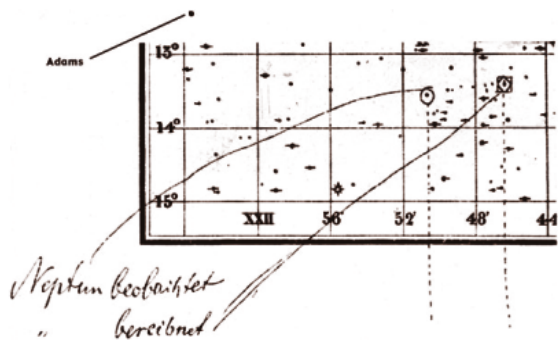
Přijměte, vážený pane, ujištění mé velké úcty.“

Váš oddaný služebník

U. J. Le Verrier

Hledanou neznámou planetu bylo možné při pozorování odhalit jejím rychlým pohybem na pozadí hvězd či diskem o úhlové velikosti zhruba 3". První možnost vyžadovala minimálně několikahodinový časový odstup dvou pozorování. Vzhledem k nevhodné volbě příliš malého zvětšení okuláru nebylo možné odhalit disk planety. Proto se ukázala jako nejrychlejší třetí možnost porovnání pozorované hvězdné oblohy s novými mapami Carla Bremikera (1804–1877) z roku 1845, které zachycují hvězdy do jasnosti deváté až desáté magnitudy.

Galle a jeho pomocník Heinrich Louis d'Arrest (1822–1875) popsáním způsobem našli Neptun v noci z 23. na 24. 9. 1846 za použití fraunhoferovského refraktoru o průměru 23 cm, viz obr. 14. Hledaný objekt o jasnosti osmé magnitudy, viz obr. 15, se na-



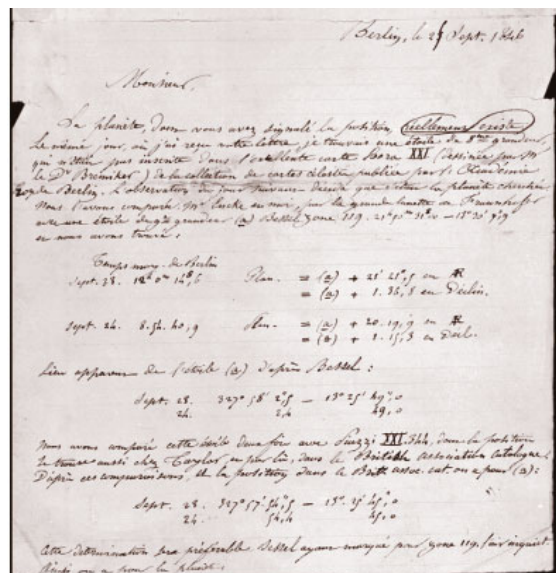
Obr. 15 Ukázka Bremikerovy mapy s označením polohy Neptunu.

cházel na rozhraní souhvězdí Vodnáře a Kozoroha ve vzdálenosti 52' od Le Verrierem vypočítané polohy $\alpha = 327^{\circ}27'$, $\delta = -13^{\circ}24'$, zatímco Galle ji nalezl v poloze $\alpha = 328^{\circ}19'16''$, $\delta = -13^{\circ}24'8''$. Rozdíl pozorované a vypočítané polohy nové planety analyzoval Le Verrier v říjnu 1846, viz [19], detailní moderní rozbor problematiky je v [20]. Zmiňovaný rozdíl nelze chápat jako chybu Le Verrierových výpočtů, neboť při pozorování bezprostředně stanovujeme geocentrickou délku, zatímco heliocentrická délka je výsledkem propočtů za určitých teoretických předpokladů. Při Galleho pozorování další noc se planeta pohybující se retrográdně posunula o 70" k západu. Volba vhodnějšího okuláru, s větším zvětšením, umožnila rozeznání disku o předpokládané úhlové velikosti. První vědomý objev tak byl potvrzen a Galle o tom napsal 25. 9. 1846 Le Verrierovi dopis, ukázka na obr. 16. Le Verrier dal planetě jméno Neptun.

„Pane,

planeta, jejíž polohu jste mi ukázal, skutečně existuje. V ten den, kdy jsem obdržel Váš dopis, jsem objevil hvězdu 8 mag, nezachycenou na výborné mapě (sestavené dr. Bremikerem) z hvězdného atlasu Berlínské akademie věd. Pozorování prováděná následující noc potvrdila, že jde o hledanou planetu. Já a pan Encke jsme pozorovali velkým fraunhoferovským refraktorem a určili jsme polohu planety ve vztahu k srovnávací hvězdě...“

Vedle Le Verriera ve Francii rovněž Adams v Anglii již od roku 1841 přemýšlel o nepravidelném pohybu Uranu, první propočty prováděl od léta 1843. Do roku



Obr. 16 Ukázka z dopisu Galleho Le Verrierovi 25. září 1846.

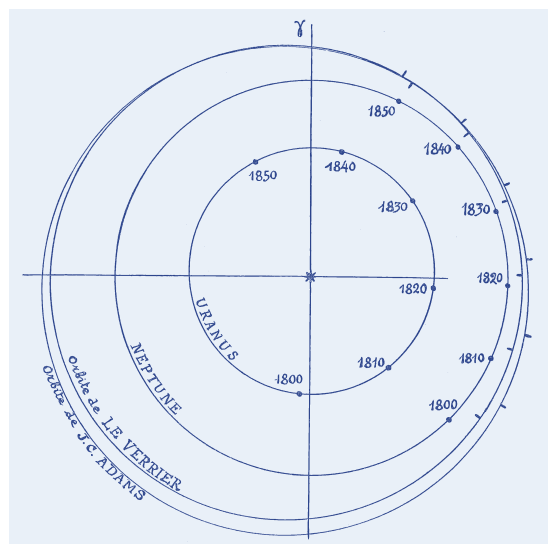
1845 obdržel šest řešení, každé následující bylo přesnější. V nich postupně zmenšoval velkou poloosu dráhy hledané planety. Teprve až poslední z nich, nejvíce vyhovující, předložil roku 1845 jako souhrn výsledků Jamesi Chellisovi (1803–1882) a Airymu. Adamsovy výsledky nebyly včas publikovány, Angličané nevěnovali hledání nové planety dostatečnou pozornost. Následně po jejím nalezení proběhla ve Francii a zejména v Anglii diskuse kolem priority jejího objevu. Značnou měrou ke sporům přispívala národnostní rivalita. Le Verrier ani Adams se však žádných sporů neúčastnili a jejich vzájemné vztahy byly přátelské.

Tabulka porovnání hodnot vypočítaných a skutečných parametrů Neptunu:

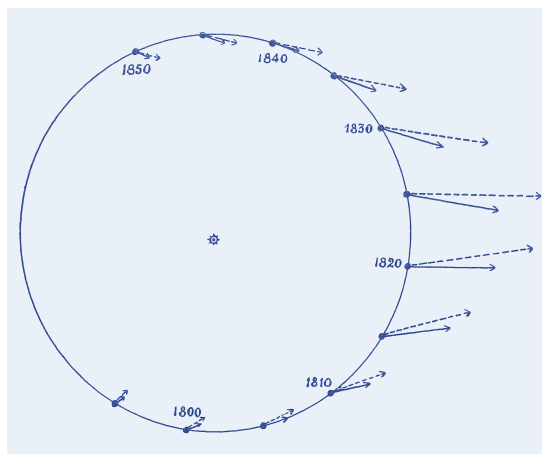
Dráhové elementy	Le Verrier	Adams	Neptun
velká poloosa a. u.	36,15	37,25	30,07
výstřednost	0,1076	0,1206	0,0086
délka perihélia	284°45'	299°11'	44°
hmotnost Slunce/Neptun	9300	6666	19300
skutečná délka v okamžiku pozorování	326°0'	329°27'	326°57'

Je zřejmý značný rozdíl v numerických hodnotách dráhových elementů, zejména u velké poloosy. Přesto výpočty Le Verriera a Adamse založené na nepřesných hodnotách vedly k vypočítané dráze Neptuna blízké reálné, především v letech 1830–1850, tedy i v roce objevu 1846. Zdůvodnění této skutečnosti provedeme v následujícím odstavci. V minulosti či budoucnosti vzhledem k tomuto roku se dráhy výrazně rozcházejí, proto příkladně pozdější nalezení planety by bylo obtížnější. Přesnost výpočtů Le Verriera dosahovala $\pm 1^\circ$ a byla mírně lepší než u Adamse. Na obr. 17 převzatém z [3] je zachycena jak reálná dráha Neptuna, tak i obě teoretické Le Verriera a Adamse získané propočtem radius vektoru a skutečné délky planet.

Rozeberme souvislosti dráhových elementů a hmotností Uranu a Neptunu při jeho nalezení. V polovině předminulého století bylo známo, že Saturn obíhá kolem Slunce v přibližně dvojnásobné vzdálenosti než Jupiter, Uran v dvojnásobné vzdálenosti než Saturn. Tudíž astronomové očekávali, že Neptun se bude nacházet v dvoji-

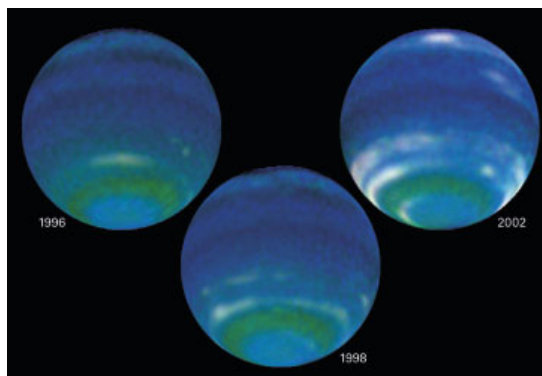


Obr. 17 Schéma dráhy Neptunu skutečné a propočítané Le Verrierem a Adamsem.



Obr. 18 Diagram působení poruchových sil Neptunu na Uran.

násobné vzdálenosti než Uran. Úvahy Le Verriera opírající se o použití Titiusova-Bodeho vztahu, což byl v dané době přiměřený předpoklad, vedly k nepřesné hodnotě velké poloosy a , tudíž i velikosti oběžné doby T . Le Verrier znal oběžnou dobu Uranu 84 roků, předpokládal velikost oběžné doby Neptunu 218 roků, tedy zhruba 3krát větší, čemuž by měla odpovídat rezonance Uran a Neptun 3 : 1. Skutečná velikost oběžné doby Neptunu je 165 roků, proto se reálná rezonance blíží spíše ke 2 : 1. Předpokládaná větší velikost velké poloosy a společně s větší výstředností e při výpočtech vedla k příliš slabému poruchovému působení Neptunu, což v realitě bylo kompenzováno jeho větší hmotností. Konkrétně Le Verrierův výpočet vycházel z velikosti velké poloosy dráhy Neptunu kolem Slunce asi o 6 a. u. větší, než byla skutečná. Rovněž určená výstřednost byla přibližně 13krát větší než reálná, dráha Neptunu je téměř kruhová. Naopak skutečná hmotnost Neptunu je asi dvakrát větší,

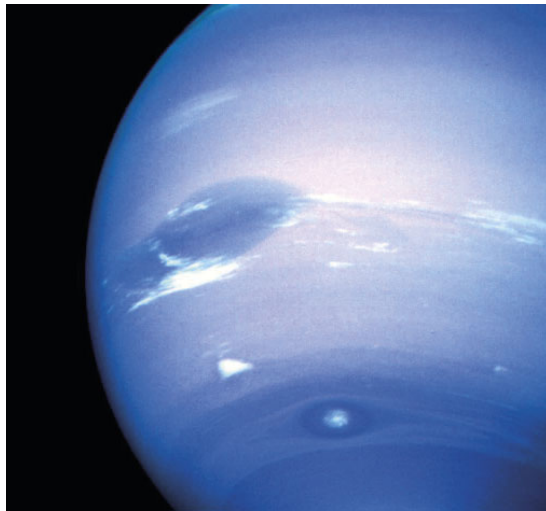


Změna teploty v oblasti jižního pólu planety Neptun jako důkaz změny ročních období. (Zdroj: Hubbleův vesmírný dalekohled)

než uváděl při výpočtech Le Verrier. Tato shoda okolností umožnila v podstatě přesně určit polohu Neptunu. Z uvedených důvodů Benjamin Peirce (1808–1880) a někteří další američtí astronomové považovali nalezení Neptunu za náhodnou a šťastnou záležitost, viz např. [21]. Modernější diskuse k tomuto názoru je v [22].

Na obr. 18 převzatém z [3] jsou šipkami zachyceny velikosti a směry působení poruchových sil vyvolaných Neptunem na Uran. Plnou čarou skutečné, přerušovanou vypočítané Le Verrierem, které byly větší, jejich směry se blížily skutečným. Celkově poruchové síly byly nevýrazné před rokem 1800, následně se zvětšovaly, v důsledku konjunkce planet v roce 1821 do-

» Le Verrier a Adams se však žádných sporů neúčastnili a jejich vzájemné vztahy byly přátelské. «



Fotografie planety Neptun pořízená sondou Voyager 2.

sáhly maxima. Později poklesávaly a staly se menšími po roce 1850. Poměrně výrazná gravitační interakce obou planet tak existovala právě v období řešení problému Uranu a objevu Neptunu.

Po více než jednom a půl století je nesnadné přesně reprodukovat Le Verrierovy úvahy vedoucí k objevu Neptunu. Publikované články nezachycují beze zbytku všechny autorovy myšlenky. V jeho době vytvoření a ověřování matematických postupů bylo neobyčejně obtížné a komplikované. Nešlo pouze o aplikaci teorie poruch nebeské mechaniky, v polovině devatenáctého století již v základních přístupech vyvinuté, nýbrž o řešení inverzního problému poruch. Z nesouhlasu pozorovaných a vypočítaných poloh Uranu, které Adams v [23] odhadoval průměrně na zhruba 1', Le Verrier určil dráhové elementy a přibližnou hmotnost rušícího neznámého tělesa planety – Neptunu. K úspěchu vedl nejen nesporný matematický talent, ale především velká péle a pracovitost při složitých a zdoluhavých výpočtech obou protagonistů, Le Verriera a takřka souběžně Adamse. Jak jsme v článku ukázali, příznivou se ukázala shoda okolností, kdy vliv nepřesností vstupních hodnot dráhových elementů a hmotnosti Neptunu se při propočtech vzájemně kompenzoval. Matematické postupy a numerické výpočty Le Verriera a Adamse byly korektní, avšak předpoklady, z nichž vycházely, úplně přesné nebyly.

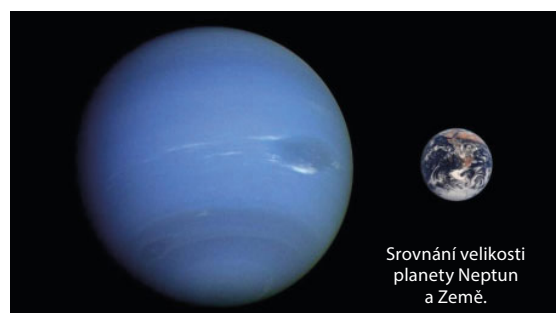
Dodejme, že hodnoty dráhových elementů Neptunu byly na základě zpracování nových pozorování velmi rychle zpřesněny již v říjnu 1846 Adamsem, odpovídaly současným, $a = 30$ a. u., $T = 164,7$ roku. Hmotnost Neptunu byla stanovena po nalezení měsíce Tritonu 10. října 1846 Williamem Lassellem (1799–1880) s hodnotou 1/15 000 hmotnosti Slunce.

Metody vedoucí k prokázání fyzikální existence Neptunu a výpočtu jeho skutečné polohy lze považovat za završení historické etapy vývoje nebeské mechaniky. Plně lze souhlasit s Pannekoekovým výrokem v [24], „... šlo o skvělý důkaz Newtonova zákona všeobecné gravitace...“

Literatura

- [1] A. Bouvard: *Tables astronomiques publiées par le bureau des longitudes de France, contenant les tables de Jupiter, de Saturne et d'Uranus construites d'après la mécanique céleste*. Bachelier&Hanzard, Paris 1821.
- [2] U. J. Le Verrier: „Recherches sur les mouvements d'Uranus“, *Astronomische Nachrichten* **582**, 85 (1846).

- [3] A. Danjon: „Le centenaire de la découverte de Neptune“, *Ciel et Terre*, **62**, 369 (1946).
- [4] U. J. Le Verrier: *Recherches sur les mouvements de la planète Herschel (dite Uranus)*. Bachelier, Paris 1846.
- [5] U. J. Le Verrier: „Premier Mémoire sur la théorie d'Uranus“, *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* **21**, 1050 (1845).
- [6] U. J. Le Verrier: „Recherches sur les mouvements d'Uranus“, *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* **22**, 907 (1846).
- [7] U. J. Le Verrier: „Sur la planète qui produit les anomalies observées dans le mouvement d'Uranus: Détermination de sa masse, de son orbite et de sa position actuelle“, *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* **23**, 428 (1846).
- [8] B. A. Gould: *Report on the History of the Discovery of Neptune*. Smithsonian Institution, Washington 1850.
- [9] U. J. Le Verrier: *Développements sur plusieurs points de la théorie des perturbations des planètes*. Bachelier, Paris 1841.
- [10] U. J. Le Verrier: *Annales de l'Observatoire impérial de Paris* **1** (1855).
- [11] W. M. Smart: *Celestial Mechanics*. Longmans, Green and Co. London – New York – Toronto, 1953.
- [12] A. Seydler: „O vypočítání Neptuna“, *Časopis pro pěstování matematiky a fyziky* **3**, 145 (1874).
- [13] M. K. G. Bagdady: *The discovery of Neptune – a critical examination of the theory of Le Verrier*. University of Aston, Birmingham 1980.
- [14] G. B. Airy: *Mathematical Tracts on the Lunar and Planetary Theories*. Printed by J. Smith for J. & J. Deighton, J. G. & F. Rivington, Cambridge 1831.
- [15] G. B. Airy: „Schreiben des Herrn Airy, Astronomer Royal, an den Herausgeber“, *Astronomische Nachrichten* **15**, 217 (1838).
- [16] *Monthly Notices of Royal Astronomical Society* **7**, 132 (1846).
- [17] E. A. Grebenikov, J. A. Rjabov: *Poiski i otkrytija planet*. Nauka, Moskva 1984.
- [18] H. Slouka: *Pohledy do nebe*. Orbis, Praha 1947.
- [19] U. J. Le Verrier: „Sur la planète qui produit les anomalies observées dans le mouvement d'Uranus: Détermination de sa masse, de son orbite et de sa position actuelle. Cinquième et dernière partie, relative à la détermination du plan de l'orbite“, *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* **23**, 657 (1846).
- [20] J. Gapaillard: „By how much did Le Verrier err on the position of Neptune?“, *Journal for the History of Astronomy* **46**, 48 (2015).
- [21] B. Peirce: „Le Verrier's planet“, *Washington Daily National Inteligence* (26 March 1847).
- [22] J. G. Hubbell, R. W. Smith: „Neptun in America: negotiating a discovery“, *Journal for History of Astronomy* **23**, 261 (1992).
- [23] J. C. Adams: „Explanation of the observed irregularities in the motion of Uranus, on the hypothesis of disturbance caused by a more distant planet with a determined of the mass, orbit and position of the disturbing body“, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society* **7**, 149 (1846).
- [24] A. Pannekoek: „The discovery of Neptune“, *Centaurus* **3**, 126 (1953).



Srovnání velikosti planety Neptun a Země.