

# Jak daleko je Měsíc aneb od Hipparcha k sondě Hipparcos

VLADIMÍR ŠTEFL – JULIUSZ DOMANSKI

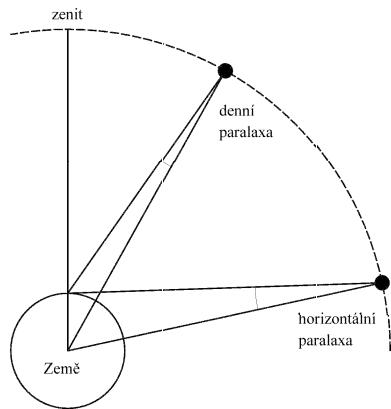
Brno – Torun, POLSKO

Určování vzdáleností kosmických těles je jednou z nejdůležitějších astronomických metod. Její rozvoj těsně souvisejí s historickým vývojem astronomie, připomínáme jména Hipparchos, Cassini, Bessel, Struve, Leavitt a Hubble. Získávání poznatků o kosmických tělesech a stavbě hvězdných soustav které vytvářejí bylo vždy bezprostředně spjato s určováním vzdáleností. Příkladně znalost vzdáleností hvězd a z ní vycházející studium jejich rozložení v prostoru umožnily odhalit stavbu a rotaci Galaxie. Obdobně informace o vzdálenostech vnějších galaxií, kup galaxií a jejich umístění ve vesmíru vytvořily předpoklady k určení parametrů nezbytných pro tvorbu kosmologických modelů.

Astronomové ve starověku a v antice se nejprve pokoušeli stanovit vzdálenosti k nejbližšímu kosmickému tělesu – k Měsici. Antický astronom *Hipparchos* (190 – 125) v 2. století před našim letopočtem dokázal důvtipně využít jevu zatmění Měsice a znalosti jeho úhlového poloměru k určení vzdálenosti Země – Měsice, jak je popsáno v Almagestu [1]. Vycházel z toho, že úhlový poloměr Měsice je roven 16 a poloměr zemského stínu ve vzdálenosti Měsice je 40, tj. zhruba  $8/3$ krát větší. Z geometrických úvah Hipparchos nalezl, že poloměr Měsice je roven rozdílu poloměrů Země a zemského stínu ve vzdálenosti Měsice  $R_M = R_Z - R_{Zst}$ . Odtud vyplynulo, že  $R_M \approx \frac{3}{11}R_Z$ . To je prakticky v souladu se současnými údaji o rozměrech Měsice. Po nalezení lineárního poloměru Měsice, při znalosti úhlového poloměru a vzhledem k tomu, že úhlový poloměr Měsice je přibližně roven úhlovému poloměru Slunce, lze vzdálenost Měsice od Země vyjádřit  $r_{ZM} = \frac{R_M}{\operatorname{tg} 16^\circ} \approx 218R_M \approx R_Z$ , což je přesný výsledek. Připomínáme, že poloměr Země  $R_Z$  byl stanoven již zhruba o století dříve *Eratosthenem* (276 – 194).

V rámci sluneční soustavy byla ke stanovení vzdáleností používána *metoda denních paralax*. Připomínáme, že denní paralaxe je úhel, pod kterým pozorujeme z daného kosmického tělesa vzdálenost středu Země a pozoro-

vacího místa na povrchu (obr. 1). Denní paralaxa je proměnná, maximální hodnoty dosahuje při poloze kosmického tělesa na horizontu, hovoříme o *horizontální paralaxe*. Při použití metody byla určována poloha kosmického tělesa ze dvou vzdálených bodů na povrchu Země. Ze znalosti rozměrů Země, vzdálenosti obou bodů a úhlů, pod kterými pozorujeme kosmické těleso ve stejném časovém okamžiku, byla stanovena jejich vzdálenost.

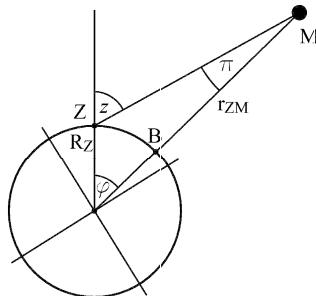


Obr. 1 Denní a horizontální paralaxa

### Příklad

Na observatoři v Bogotě ( $\lambda_1 = 74^\circ 05'$ ,  $\varphi_1 = 4^\circ 36'$ ) bylo v roce 1922 8. srpna v čase  $23^h 45^m$  zjištěno, že Měsíc se nachází v zenitu. Ve stejném čase na observatoři v Montrealu ( $\lambda_2 = 73^\circ 35'$ ,  $\varphi_2 = 45^\circ 30'$ ) byla změřena úhlová zenitová vzdálenost Měsice (obr. 2), která měla hodnotu  $z = 41^\circ 34'12''$ . Jaká byla v daném čase vzdálenost Země – Měsíc  $r_{ZM}$ ? Rovníkový poloměr Země je  $R_Z = 6\,378$  km. Pro zjednodušení jsme vybrali observatoře položené prakticky na stejném poledníku,  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 40^\circ 54'$ ,  $\pi = z - \varphi = 40^\circ 12'$ .

Podle sinusové věty platí  $\frac{r_{ZM}}{\sin(180^\circ - z)} = \frac{R_Z}{\sin \pi}$ , protože platí  $\sin(180^\circ - z) = -\sin z$ , dostaneme  $r_{ZM} = \sin z \frac{R_Z}{\sin \pi} = 361\,460$  km. Měsíc se nacházel v blízkosti perigea, vzdálenost Země – Měsíc se mění v intervalu (356 400 – 406 700) km.



Obr. 2 Metoda horizontálních paralax – stanovení vzdálenosti Měsíce

Od druhé poloviny 20. století byla vzdálenost Měsíce a dalších kosmických těles sluneční soustavy s pevným povrchem určována *radarovou metodou*, v níž stanovujeme čas, který elektromagnetické vlny potřebují k uražení dráhy k sledovanému tělesu a zpět. Měření času s přesností  $10^{-10}$  s umožňuje určovat např. vzdálenost Měsíce s přesností několik centimetrů.

Obdobného principu využívá *metoda laserových paprsků*, které se odrážejí od koutových odražečů, instalovaných na povrchu Měsíce výpravami Apollo 11, Apollo 14, Lunou 17 a Lunou 21. V současnosti laserová měření dovolila upřesnit rychlosť vzdalování Měsíce od Země na 38 mm za rok.

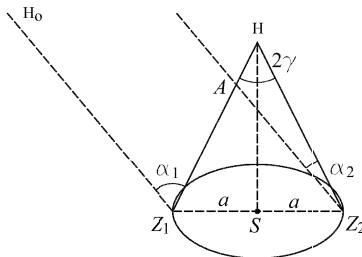
Vraťme se k metodě denních paralax. V roce 1577 ji použil *Tycho Brahe* (1546 – 1601) k určení vzdálenosti sledované komety a dokázal, že se nachází ve větší vzdálenosti než Měsíc. Výsledky pozorování komety shrnul v spise [2]. Brahe významně přispěl k vyvrácení do té doby přijímané představy, že komety jsou jevy v atmosféře Země.

Překážkou používání výše zmínované metody k určení vzdálenosti Slunce byla nemožnost současného pozorování Slunce i hvězd. Proto astronomové přišli s myšlenkou využití paralaktického posuvu Marsu na pozadí hvězd. Největší posuv bylo možné očekávat při velké opozici Marsu, proto ji v roce 1672 astronomové *G. D. Cassini* (1625 – 1712), *J. Picard* (1620 – 1682) a *F. Richer* (1630 – 1696) pozorovali ze dvou míst na Zemi. Ze známé vzdálenosti pozorovacích míst a dvou úhlů, pod kterými byl Mars pozorován, byla určena paralaxa Marsu  $\pi_M = 6,25''$  a pomocí III. KeplEROVÁ zákona stanovena paralaxa Slunce  $\pi_S = 9,5''$ . Jde o již zmínovanou denní rovníkovou paralaxu. Takto byla poprvé stanovena vzdálenost Země – Slunce s hodnotou 138 milionů km [3], [4].

U vzdáleností vně sluneční soustavy nahrazujeme horizontální paralaxy

heliocentrickými. Druhá příčka žebříku vzdáleností je propojená s první, navazuje na znalost vzdálenosti Země – Slunce.

Trigonometrická metoda *roční paralaxy* vycházela z určení úhlu, pod kterým bychom pozorovali z dané hvězdy poloměr dráhy Země kolem Slunce, tedy vzdálenost Země – Slunce. Mezi vzdáleností hvězdy  $r$  v parsecích a paralaxou  $\pi$  v obloukových vteřinách platí vztah  $r = \frac{1}{\pi}$ , nám nejbližší hvězda  $\alpha$  Cen C má v současnosti zjištěnou paralaxu  $\pi = 0,772''$ . K určení paralaxy hvězdy H je nutné stanovení úhlových vzdáleností  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$  (obr. 3), tedy měření úhlů vykonané po půl roce,  $H_0$  je vzdálená srovnavací hvězda, vůči níž posuv zjišťujeme. Z  $\Delta AZ_2H$  obdržíme paralaxu hvězdy H – velikost úhlu  $\gamma = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$ .

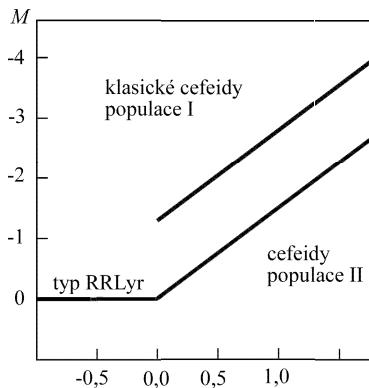


Obr. 3 Metoda roční paralaxy – určení vzdálenosti hvězd

Poprvé metodu roční paralaxy u hvězd použili téměř současně v letech 1837 – 1839 *Vasilij Jakovlevič Struve* (1793 – 1864) [5] u Vegy s výsledkem  $\pi = (0,125 \pm 0,055)$ , *Friedrich Wilhelm Bessel* (1784 – 1846) [6] pro méně známou dvojhvězdu 61 Cygni –  $\pi = (0,314 \pm 0,014)$  a *Thomas Henderson* (1798 – 1844) [7] u  $\alpha$  Cen –  $\pi = (1,16 \pm 0,11'')$ . Zmiňovaní astronomové si vybrali pro svá měření jasné hvězdy s velkým vlastním pohybem. U zvolených hvězd tak bylo možné předpokládat malou vzdálenost a tudíž velkou paralaxu. Pouze Bessel při výběru pokračoval ve studiu méně jasné hvězdy, která se však vyznačovala velkým vlastním pohybem. Do poloviny devadesátých let minulého století použitelnost metody roční paralaxy činila několik desítek parsek. Tepřve zpracování výsledků astrometrické družice **HIPPARCOS** – High Precision PARallax COLlecting Satellite, která obíhala na oběžná dráze kolem Země v letech 1989 – 1993, umožnilo stanovení ročních paralax na úrovni 0,001'', což odpovídá 10 % chybě vzdálenosti při 100 pc. S touto přesností byly určeny vzdálenosti více než 22 000 hvězd.

K určování ještě větších vzdáleností astronomové používají *metodu cefeid*.

V roce 1912 *Henriett Leavitt* (1868 – 1921) zjistila, že perioda změn jasnosti dvaceti pěti cefeidi v Malém Magellanově oblaku je v dobré korelace s vizuálními jasnostmi [8]. Protože správně předpokládala, že cefeidy se nalézají ve stejně vzdálenosti od nás, získala tak závislost změny zářivého výkonu na periodě. K využití této metody pro určení vzdálenosti je potřebné stanovit nulový bod škály, k čemuž je nezbytná znalost přesné vzdálenosti alespoň jedné cefeidy. V roce 1917 *Harlow Shapley* (1885 – 1972) upřesnil tento bod statistickými metodami. Stanovení se však ukázalo nepřesné a bylo upravené v roce 1952 *Walterem Baadem* (1893 – 1960) [9]. Na základě studia galaxie M 31 cefeidy rozdělil do dvou populací, získal dvě různé křivky závislosti perioda – zářivý výkon obr. 4. Důsledkem byla korekce, zdvojnásobení všech hodnot vzdáleností získaných touto metodou.



Obr. 4 Závislost perioda – zářivý výkon pro cefeidy

Stručně objasníme princip použití metody cefeid. Z pozorování určíme pozorovanou hvězdnou velikost  $m$  a periodu pulsace  $T$  cefeid. Pomocí empiricky získané závislosti  $M = a + b \log T$  stanovíme absolutní hvězdnou velikost  $M$ . Dosazením do upraveného vztahu pro modul vzdálenosti  $m - M = 5 \log r - 5$  obdržíme  $r = 10^{1+0,2(m-M)}$ , zjistíme tak vzdálenost  $r$  cefeidy. Připomínáme, že  $m$  je pozorovaná hvězdná velikost v mag,  $M$  je absolutní hvězdná velikost v mag a  $r$  je vzdálenost je v pc.

Cefeidy používáme pro určení vzdáleností nejen jich samotných, ale především hvězdokup a galaxií, v kterých je pozorujeme. Příčku tohoto žebříku astronomických vzdáleností se dosud nepodařilo optimálně navázat na předcházející. Určení nulového bodu závislosti perioda – zářivý výkon tak stále zůstává základním klíčem k upřesnění metody. V dosahu dalekohledu družice Hipparcos se v naší Galaxii nalézalo přes dvě stě cefeid, ale nacházely se ve větších vzdálenostech, jejich stanovené paralaxy se vyznačovaly příliš velkými chybami.

V rámci jednoho z klíčových projektů HST byly proměneny periody pulsace cefeid v 18 galaxiích v různých vzdálenostech, například v galaxii M 100 [10]. Metoda cefeid je dnes použitelná do vzdálenosti přibližně 20 Mpc.

Další příčkou žebříku vzdáleností je *metoda supernov Ia*. Jde o relativně homogenní astrofyzikální skupinu hvězd, vyznačujících se přibližně stejným zářivým výkonem  $\approx 10^9 L_{\odot}$ . Tyto supernovy vznikají explozí bílého trpaslíka, jehož hmotnost při přenosu hmoty z druhé složky překročí Chandrasekharova mez a dojde k destabilizaci a explozi. Jsou ideálními standardními svíčkami ve vesmíru, přesnost metody je odhadována na  $\approx 10\%$ . Typickým jejich rozlišujícím znakem je absence vodíkových čar a přítomnost čar Si II ve spektrech. Vyznačující se v maximu jasnosti absolutními hvězdnými velikostmi ve  $V$  barvě  $M_V = -19,5$  mag, jsou vhodné k určování vzdálenosti s dostatečnou přesností do zhruba 100 Mpc. U dosud nejvzdálenější supernovy bylo zjištěno  $z = 1,7$ .

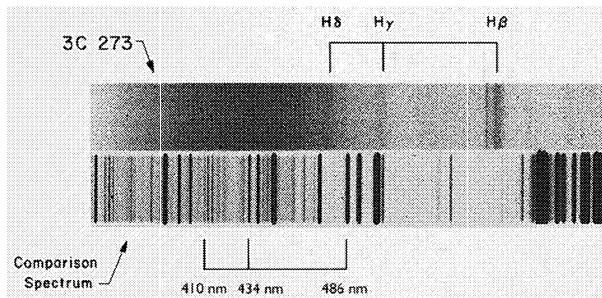
Při vzdálenostech větších než 100 Mpc lze měřit pouze posuvy spektrálních čar a využívat *metodu Hubbleova zákona* [11], který popisuje rozpínání vesmíru. Jeho pomocí určíme vzdálenost ze vztahu  $r = \frac{v}{H}$ . Rychlosť klademe rovnu  $v = cz = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  při hodnotách  $z < 0,1$ . Pro větší hodnoty  $z$  je pro rychlosť třeba použít vztah  $v = c\frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}$ . Velikost Hubbleovy konstanty klademe  $H = 71 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ .

Na obr. 5 je zachycen posuv spektrálních čar u kvasaru 3C 273.

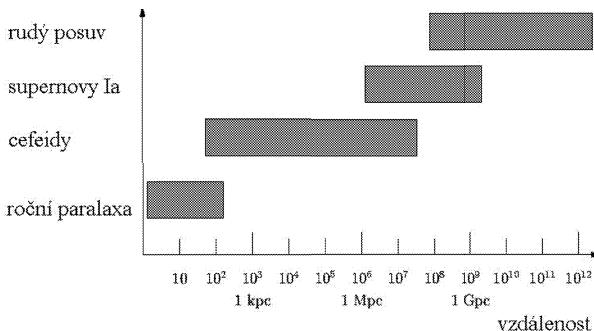
Uvádíme současný příklad. V roce 2002 dalekohledy Keck II a Subaru [12] dokázaly u velmi vzdálené galaxie HCM 6A zjistit posuv čáry  $L_\alpha$  s  $\lambda_1 = 121,6 \text{ nm}$  na vlnovou délku  $\lambda_p = 919,3 \text{ nm}$ . Určete hodnotu  $z$ . Stanovíme ji úpravou vztahu  $\lambda_p = (z+1)\lambda_1$  obdržíme  $z = \frac{\lambda_p}{\lambda_1} - 1$ , tedy  $z = 6,56 \text{ nm}$ .

Na obr. 6 je shrnující přehled metod určování vzdáleností. Začíná roční parallaxou, vycházející z *trigonometrického principu*, následují cefeidy, su-

pernovy Ia využívající *fotometrického principu*, pro největší vzdálenosti využíváme Hubbleův zákon, používající *spektroskopický princip*. Z velkého počtu metod určování vzdáleností jsme uvedli takové, které svou použitelností pokrývají rozsah vzdáleností dosud známých kosmických těles a jsou tradičně zařazovány do obsahu výuky středoškolské astrofyziky.



Obr. 5 Posuv čar ve spektru kvasaru 3C 273



Obr. 6 Přehled metod určování vzdáleností

V nejbližším období je plánována celá řada projektů vedoucích ke zvýšení přesnosti určování vzdáleností, příkladně jmenujme projekt SIM (*Space Interferometry Mission*), který má být realizován od roku 2009 [13]. Na družici umístěný optický interferometr má umožnit skládání světla ze dvou i více dalekohledů. Výsledkem bude 1000 násobné zvětšení přesnosti, pro 10 000 hvězd s přesností  $4 \cdot 10^{-6} n$ . U hvězd do vzdálenosti  $3 \approx \text{kpc}$

bude přesnost stanovení vzdálenosti 2 %. Mezi nimi je řada standardních objektů používaných k určování vzdáleností, například hvězdy RR Lyrae a klasické cefeidy, což podstatně upřesní celý astronomický žebřík vzdáleností.

## L iteratura

- [1] *Ptolemaios, K.*: Ptolemy's Almagest. Transl. G. J. Toomer, 2. vyd., Princeton 1998.
- [2] *Tycho Brahe*: De mundi asteri recentioribus phaenomens liber secundus. Uraniborg, Praha, 1583 – 1603.
- [3] *Cassini, M.*: Recherche de la parallaxe du Soleil par le moyen de celle de Mars observé a meme temps a Paris and en Caiene. Ouvrage D-Astronomie, 1672.
- [4] *Štefl, V., Domanski, J.*: Bogini po przejściach, Fizyka w Szkole 2004, vol. 50, no. 4, p. 231.
- [5] *Struve, F. G. W.*: Stellarum duplicitum et multiplicitum mensurae micrometricae. St. Petersburg. 1837.
- [6] *Bessel, F. W.*: A letter from Professor Bessel to Sir J. Herschel. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society vol. 4, 1838, p. 152.
- [7] *Henderson, T.*: On the Parallax of á Centauri. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society vol. 4, 1839, p. 168.
- [8] *Leavitt, H. S.*: Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud. Harvard College Observatory, 1912, Circular 173.
- [9] *Baade, H. W.*: IAU Trans. VIII. Report to Commission 28. Cambridge University Press, Cambridge 1952, p. 397.
- [10] *Ferrarese, L. et al.*: The Extragalactic Distance Scale Key Project. IV. The Discovery of Cepheids and a New Distance to M100 Using the Hubble Space Telescope. The Astrophysical Journal vol. 464, 1996, p. 568.
- [11] *Hubble, E. P.*: Relation Between Distance and Radial Velocity Among Extra-galactic Nebulae. Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 15, no. 3, p. 168.
- [12] *Hu, E. M. et al.*: A Redshift  $z = 6.56$  Galaxy behind the Cluster Abell 370. The Astrophysical Journal, vol. 568, 2002, Issue 2, L 75.
- [13] <http://www.physics.unc.edu/~cecil/a245/sim.pdf>
- [14] *Štefl, V., Krtička, J.*: Didaktika astrofyziky.  
<http://www.physics.muni.cz/astrodidaktika/>