

Krabí mlhovina ve fyzikální výuce na gymnáziu

VLADIMÍR ŠTEFL – ZDENĚK NAVRÁTIL

Přírodovědecká fakulta MU, Brno

Tematický celek **Astrofyzika** u nás přes půl století tradičně vyučovaný v závěru fyzikální gymnaziální výuky, byl necitlivě a nelogicky v *RVP GV* [1] zcela vypuštěn. V situaci rostoucího zájmu žáků o astrofyziku nebudou mít nyní možnost získat žádoucí ucelenější pohled na tuto moderní vědu a metody, které při výzkumu vesmíru používá.

Zdůvodnění odstranění astrofyzikálního celku z obsahu výuky údajně vychází z požadavku gymnaziálních učitelů fyziky pilotních škol, na kterých se ověřovaly *RVP GV*. Podle jejich názoru je potřebné vytvořit dostatečný časový prostor, aby žáci získali příležitost kompetence skutečně využít při řešení problémů a úloh. K tomu má vést redukce vzdělávacího obsahu a jeho soustředění na vzájemně propojené fundamentální fyzikální pojmy a zákony.

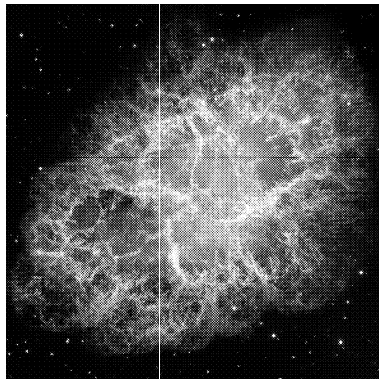
Zbývá možnost zařazování vybraných dílčích astrofyzikálních témat do fyzikální výuky. Článek podává návrh využití základních fyzikálních pojmů a zákonů při interpretaci dějů v Krabí mlhovině a jejím pulsaru – neutronové hvězdě. Z druhé strany je dílčím příspěvkem k řešení začleňování moderní astrofyziky do obsahu fyzikální výuky na gymnáziu. Je však třeba zdůraznit, že takto lze získávat pouze izolovanější struktury vědomostí případně dovedností k nim se vztahujících.

Transformace do výuky mechaniky

Pulsar ve středu Krabí mlhoviny má z hlediska makro popisu analogické vlastnosti jako tuhé těleso. Můžeme toho využít v tematickém celku **Mechanika** v tématu **Mechanika tuhého tělesa**. Pojmy *rotační perioda*, *moment setrvačnosti*, *úhlová rychlost*, *úhlové zrychlení* *respektive zpomalení*, *kinetická energie rotujícího tělesa*, *zákon zachování momentu hybnosti*, *zákon zachování energie* tak lze v souladu s pojetím vzdělávacího oboru Fyzika v *RVP GV* procvičit pro žáky v přitažlivé a zajímavé astrofyzikální problematice. Takto pojatá aplikace umožní lepší prohlou-

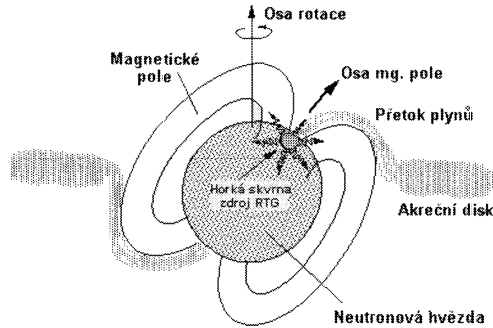
bení a porozumění obsahu uvedených pojmů a zákonů z mechaniky, bez nutnosti zavádění dalších.

Objasnění velmi rychlé rotace neutronové hvězdy – pulsaru vychází z aplikace *zákona zachování momentu hybnosti* $L = r \times p = r \times mv$. Hvězda o původním poloměru 10^9 m se při přechodu do závěrečného stadia vývoje smrští na 10^4 m. V souladu se zákonem zachování momentu hybnosti se musí zvýšit její úhlová rychlost. Dochází ke zmenšení poloměru 10^5 krát, což vede ke zmenšení periody rotace 10^{10} krát. Její značná rotační energie se prostřednictvím magnetického dipólu transformuje na vyzařování Krabí mlhoviny, jejíž snímek je na obr. 1.



Obr. 1

V gymnaziální fyzikální výuce budeme zjednodušeně předpokládat, že převážnou většinu energie k expanzi mlhovina získala v okamžiku exploze supernovy, tudíž v současnosti nedochází k výraznějšímu doplňování expanzní energie. Některé modely vzniku pulsarů vycházejí ze zjednodušujících předpokladů, že energie je uvolňována okamžitě, neboť časová škála pro kolaps jádra a explozi obálky supernovy II. typu je řádově několik desetin sekundy. Jinak řečeno předpokládáme, že úbytek kinetické rotační energie pulsaru = vyzářená energie, tedy platí $\frac{dE_{\text{rot}}}{dt} = \frac{dE_{\text{zar}}}{dt}$. Při popisu mechanických vlastností pulsaru používáme následující pojmy a vztahy: perioda rotace P , úhlová rychlost $\omega = \frac{2\pi}{P}$, moment setrvačnosti tuhého tělesa – koule $J = \frac{2}{5}MR^2$, rotační kinetická energie $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}J\omega^2$, změna rotační energie $\frac{dE_{\text{rot}}}{dt} = -\frac{8}{5}\pi^2MR^2P^{-3}\frac{dP}{dt}$.



Obr. 2

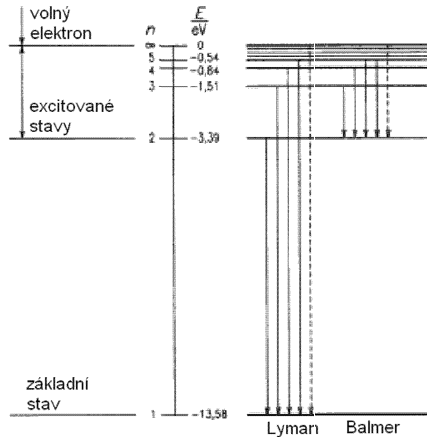
Snímek modelu pulsaru – neutronové hvězdy je na obr. 2. Při seznamování s vlastnostmi pulsaru si žáci rozšíří představy o extrémních hodnotách například úhlové rychlosti pulsaru, která dosahuje $\omega = 188 \text{ s}^{-1}$ či momentu setrvačnosti o hodnotě $J \approx 10^{38} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Charakteristiky pulsaru jsou $M = 1,4 M_{\text{S}}$, $R = 10 \text{ km}$, $P = 0,033$, zpomalování rotace pulsaru – zvětšování periody rotace činí $\frac{dP}{dt} = 4 \cdot 10^{-13}$. Změna rotační energie za 1 sekundu $\frac{dE_{\text{rot}}}{dt} = -5 \cdot 10^{31} \text{ W}$ odpovídá observačně zjištěnému zářivému výkonu Krabí mlhoviny.

Transformace do výuky elektromagnetického pole

Krabí mlhovina je zdrojem čárového a spojitého spektra, žáky povedeme k objasnění a interpretaci pozorovaných spekter. V návaznosti na fyzikální tématický celek **Elektromagnetické jevy, světlo** lze rozšířit význam pojmů *spektrum*, *čárové a spojité spektrum*, *vyzařování pohybujícího se nabitého náboje*, *rádiové záření*. Nezbytný podrobnější výklad fyzikálního mechanismu rádiového záření Krabí mlhoviny prostřednictvím pohybujících se relativistických elektronů bude pro většinu žáků obtížný, neboť vlastnosti relativistických částic dříve zařazených do dynamiky speciální teorie relativity byly v *RVP GV* rovněž vypuštěny. V článku [3] je prezentován optimistický názor, že pojetí *RVP GV* umožňuje u vymezených skupin žáků rozšířit vzdělávací obsah oboru Fyzika i o vybrané poznatky relativistické dynamiky. Nedomníváme se, že se tak v praxi vzhledem k značné restrikcí časové dotace pro fyziku bude stávat.

Proto se při výkladu omezíme na **dvě hlavní složky** spektra mlhoviny. Zdrojem první v **červené oblasti optického spektra** je filamentová –

vláknitá struktura vnějších částí mlhoviny. Emisní čárové spektrum je produkováno difúzní plynnou mlhovinou o vysoké teplotě v rozmezí (15 000 – 20 000) K, při čemž vyzařování probíhá především v emisních spektrálních čarách helia a vodíku. Koncentrace atomů ve vláknách dosahuje zhruba 10^3 cm^{-3} .



Obr. 3

Druhá složka záření vytvářející spojité spektrum pochází z amorfnní látky, které je difúzí distribuováno a polarizováno. V padesátých letech minulého století byla navržena teoretická interpretace původ spojitého spektra Krabí mlhoviny prostřednictvím synchrotronového záření. Později byla teoretická předpověď observačně potvrzena zjištěním lineární polarizace záření. Relativistické elektrony se pohybují v magnetickém poli mlhoviny a vyzařují synchrotronové záření. Jejich energie se sice vyzařováním vyčerpává za několik desítek roků, ale díky pulsaru jsou elektrony produkovány v mlhovině neustále.

Výklad čárového spektra mlhoviny, složené především z vodíku a helia, lze opírat o fyzikální poznatky, například o interpretaci energetických hladin atomu vodíku. Při vzniku emisní čáry H_α Balmerovy série vodíku (obr. 3), se uvolní energie

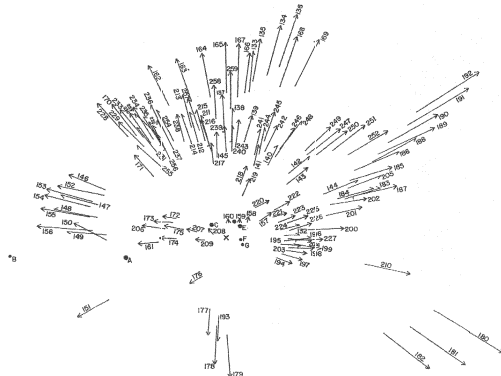
$$h \frac{c}{\lambda} = 3,0 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

Určování rychlosti expanze a stáří Krabí mlhoviny

Druhá část článku podává návrh vlastní aktivní práce žáků při určování rychlosti expanze Krabí mlhoviny, vytvořený úpravou úlohy podle [4]. Žáci si mohou procvičit v těsné návaznosti na matematické vědomosti vzájemné vztahy mezi úhlovou velikostí, skutečnou reálnou velikostí a vzdáleností.

Vzhledem k velké vzdálenosti Krabí mlhoviny musí astrofyzika nezbytně pracovat pouze s jejími fotografiemi pořízenými s vysokým rozlišením na velkých dalekohledech v určitých časových intervalech. Jejich srovnáním lze stanovit úhlovou rychlost rozpínání mlhoviny.

V první komplexnější odborné práci shrnuté v [5] byly na základě proměrování vlastního pohybu 127 vláken stanoveny následující kinematické parametry rozpínání. Při současné velikosti velké poloosy mlhoviny $R = 6'$, což při vzdálenosti $r = 1,8$ kpc dává $s \approx 10^{16}$ m, v je průměrná současná rychlost expanze stanovená z rozpínání mlhoviny $0,2 \cdot \text{rok}^{-1}$, $v \approx 1,6 \cdot 10^6$ m \cdot s $^{-1}$, v_0 je počáteční rychlost expanze mlhoviny, t je čas $(1950 - 1054) = 896$ roků $3,156 \cdot 10^7$ s, při současném zrychlení $a = 8,2 \cdot 10^{-6}$ m \cdot s $^{-2}$, dává (1) $v_0 = 1,37 \cdot 10^6$ ry, ze vztahu (2) určená hodnota $s \approx 10^{16}$ m. Platí $v = v_0 + at$ (1), $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ (2).



Obr. 4

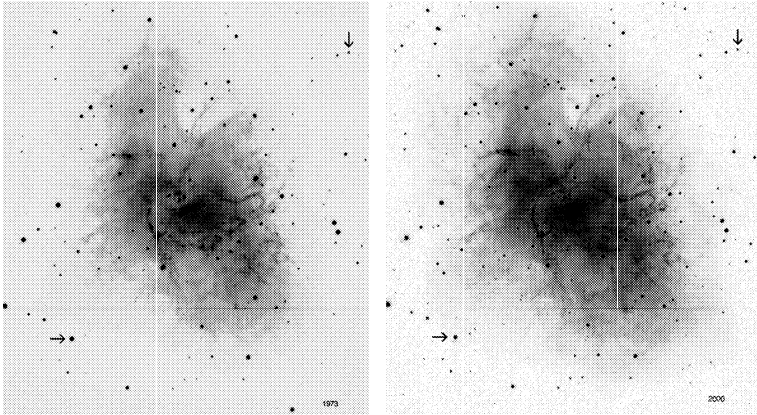
Obr. 4 zachycuje diagram rozpínání mlhoviny z [5], číslo identifikuje vlákno, délka a směr šipky udávají jeho vlastní pohyb, X označuje střed expanze. Zatímco ve skutečnosti je expanze mlhoviny prostorová, nesymetrická a probíhá s rychlostí v čase slabě proměnnou, pro didaktické účely ji zjednodušíme na expanzi plošnou, symetrickou a s konstantní průměrnou

rychlostí. Zpracování fotografií se zjednoduší. Jsou-li na fotografii v čase t_1 souřadnice pulsaru v pixelech $x_0(t_1)$, $y_0(t_1)$ a určitého vlákna i $x_i(t_1)$, $y_i(t_1)$ a obdobně pulsaru a stejného vlákna $x_0(t_2)$, $y_0(t_2)$, $x_i(t_2)$, $y_i(t_2)$ na fotografii v čase t_2 , rychlost rozpínání stanovená z vlákna i je rovna

$$v_i = \frac{s(t_2)\sqrt{[x_i(t_2)-x_0(t_2)]^2+[y_i(t_2)-y_0(t_2)]^2}-s(t_1)\sqrt{[x_i(t_1)-x_0(t_1)]^2+[y_i(t_1)-y_0(t_1)]^2}}{t_2-t_1},$$

kde s je měřítko fotografií, obecně různé. Známe-li úhlovou vzdálenost φ dvou hvězd A a B rovněž zachycených na fotografii, měřítko stanovíme

$$s(t) = \frac{\varphi}{\sqrt{[x_B(t) - x_A(t)]^2 + [y_B(t) - y_A(t)]^2}}.$$

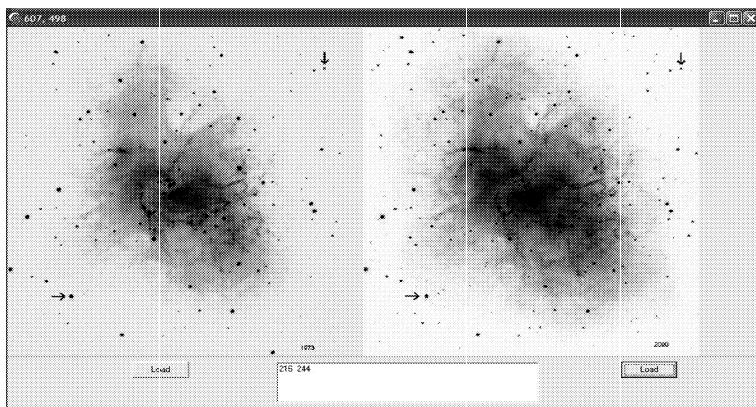


Obr. 5

Na obr. 5 jsou fotografie Krabí mlhoviny z roků 1973 a 2000, převzaté z [4]. Hvězdy pro stanovení měřítka jsou označeny šipkou. Úhlová vzdálenost mezi hvězdami označenými šipkami je $\varphi = 385''$. Z výše uvedených vztahů rychlost rozpínání vychází jako úhlová veličina. Při znalosti vzdálenosti mlhoviny lze úhlovou rychlost přepočítat na rychlost v $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$. Z aproximace rozpínání mlhoviny konstantní rychlostí lze odhadnout např. i stáří mlhoviny

$$t_2 = \frac{s(t_2)\sqrt{[x_i(t_2) - x_0(t_2)]^2 + [y_i(t_2) - y_0(t_2)]^2}}{v_i}.$$

Souřadnice pulsaru, vláken a hvězd pro kalibraci úhlové vzdálenosti lze s výhodou odečítat přímo na digitálních fotografiích. K jejich odečtení použijeme bitmapový editor zobrazující polohu označených pixelů, nebo pro úlohu připravený jednoduchý program. Ten současně zobrazuje dvě fotografie, čímž zjednodušuje identifikaci stejného vlákna struktury na obou fotografiích. Obr. 6 zachycuje okno programu pro odečítání souřadnic objektů na fotografiích. Při kliknutí v bitmapě program vypíše souřadnice označeného pixelu.



Obr. 6

Na obr. 7 je ukázka zpracování měření v programu MS Excel. Výpočet parametrů rozpínání z odečtených hodnot program úmyslně nenabízí. Podle zkušeností autorů dokonalé programy poskytující závěrečný výsledek problematiku spíše zatemňují. Žáci si proto výpočet mohou sami provést např. v tabulkovém procesoru MS Excel, který lze využít kromě samotného výpočtu i ke statistickému zpracování měření. Relativní chyba rychlosti rozpínání a doby existence mlhoviny určená z měření je přibližně 10 % vzhledem k citlivosti odečtu souřadnic a použitým zjednodušením. Systematicky nižší hodnota ve srovnání s [5] je způsobena prostorovostí expanze. U vláken, které se pohybují i ve směru k nám či od nás naměříme nižší expanzní rychlost.

Závěr

Vzhledem k značně redukovanému obsahu rámcového vzdělávacího plánu oboru Fyzika je obtížné začleňovat moderní astrofyzikální poznatky

Rozpínání Krabí mlhoviny										
1. Určení měřítka fotografie										
1973					2000					
Hvězda →		Hvězda			Hvězda →		Hvězda			
x	110 px	x	551 px	x	111 px	x	552 px	y	82 px	
y	539 px	y	81 px	y	537 px	y	82 px			
Vzdálenost hvězd		Měřítko			Vzdálenost hvězd		Měřítko			
$\Delta = 635,8 \text{ px}$		0.60557 px			$\Delta = 633,65 \text{ px}$		0.60767 px			
385"					385"					
2. Souřadnice pulsaru										
1973					2000					
x	280 px				x	295 px				
y	316 px				y	316 px				
3. Určení vzdálenosti vláken, rychlosti rozpínání a stáří mlhoviny										
1973					2000					
Uzel	x (px)	y (px)	r (px)	r (")	x (px)	y (px)	r (px)	r (")	$\Delta r/\Delta t$ (7rok)	t (rok)
1	414	316	134	81	435	319	140	85	0.15	583
2	412	270	140	85	431	270	144	87	0.10	910
3	370	487	193	117	387	494	200	122	0.18	696
4	225	74	248	150	239	65	257	156	0.22	706
5	133	383	162	98	142	385	168	102	0.15	663
									0.16	711.24
									0.0234	61.97
$\Delta r/\Delta t = (0.16 \pm 0.02) \text{ 7rok}$ $r = 1.8 \text{ kpc} = 5.6E+19 \text{ m}$ $\Delta r/\Delta t = (1350 \pm 200) \text{ km/s}$									v (m/rok)	4.3E+13
									v (km/s)	1.4E+03
t = (700 ± 60) roků										

Obr. 7

do výuky. Příspěvek ukazuje, že při promyšleném využití fyzikálních vědomostí žáků z mechaniky a elektromagnetického vlnění, lze téma Krabí mlhoviny úspěšně použít k jejich hlubšímu pochopení.

Motivačním faktorem je nesporně estetická krása vláknité struktury mlhoviny. Jak transformovat astrofyzikální podstatu krásy do gymnaziální výuky fyziky? Po vzdělání dychtící žáci si v 21. století kladou otázky: Jaké je fyzikální zdůvodnění stavební struktury mlhoviny, jejího vyzařování a jakým způsobem Krabí mlhoviny vznikla? Žáci v gymnaziální fyzikální výuce mají právo dostat na položené otázky odpověď, umožňme jim to.

Literatura

- [1] Rámcový vzdělávací program pro gymnázia. VÚP, Praha 2007.
- [2] *Maršák, J.*: Pojetí vzdělávacího oboru Fyzika v RVP GV. VÚP, Praha 2006.
- [3] *Maršák, J.*: Výuka základních poznatků speciální teorie relativity na gymnáziu. VÚP, Praha 2007.

- [4] <http://www.astro.lsa.umich.edu/undergrad/Labs/crab/crab-full.html>
- [5] *Trimble, V.*: Motions and Structure of the Filamentary Envelope of the Crab Nebula. The Astronomical Journal 73, 535, (1968).