

# Případ s chatou

ALEŠ LACINA

Přírodovědecká fakulta MU, Brno

Oblíbená učebnice [1] uvádí svou kapitolu věnovanou kinetické teorii plynů poutavým motivačním problémem:

*„Představte si, že jste se právě vrátili z lyžařské túry do promrzlé chaty; co uděláte nejdřív? Nejspíš zatopíte v kamnech – a proč? Řeklo by se, že kamna zvýší obsah vnitřní („tepelné“) energie vzduchu v celé místnosti natolik, že se v něm budete cítit příjemně. Jakkoliv to vypadá logicky, má to velkou slabinu: vnitřní energie veškerého vzduchu v místnosti se totiž zahřátím nezmění. Jak je to možné? A když je tomu tak, proč tedy v kamnech topíme?“ ([1], str. 526)*

Přestože jde o otázky z vysokoškolského (základního) kurzu fyziky, k odpovědi na ně – kterou [1] uvádí ve stručném, dosti nezábavném tvaru o čtrnáct stránek dále jako řešení příkladu 20. 9 – plně postačují znalosti odpovídající druhé a třetí kapitole středoškolské učebnice [2] (nebude-li ovšem jejich obsah nepřijatelně zredukován [3]).

Následující podrobný rozbor tohoto zajímavého konkrétního problému demonstruje jeho fyzikálně-pedagogickou hodnotu, upozorňuje na některá úskalí příliš zběžné či rychlé prezentace základů termiky a molekulové fyziky a může snad posloužit i jako vhodný příklad možné cesty k prohloubení studentského chápání této důležité partie.

## 1. ... zatopíte v kamnech ...

Topící kamna jsou v kontaktu s okolním vzduchem. Energiovou bilanci při tom vystihuje první termodynamický zákon

$$\Delta U = Q + W = Q - W',$$

kde  $\Delta U$  je změna vnitřní energie okolního vzduchu,

$Q$  je teplo, které okolní vzduch přijal od kamen,

$W$ ,  $W'$  je práce vykonaná nad okolním vzduchem, resp. práce, kterou okolní vzduch vykoná.

Poněvadž je práce vykonaná okolním vzduchem nulová (jde o tepelnou výměnu), **vnitřní energie okolního vzduchu se zvětšuje:**

$$\Delta U = Q > 0. \quad (1)$$

Jak tedy mohli autoři [1] dospět ke zcela odlišnému závěru?

Vnitřní energie vzduchu  $U$  souvisí přímo s jeho tlakem  $p$  a objemem  $V$  prostřednictvím jednoduchého vztahu

$$U = \frac{5}{2} p \cdot V \quad (2)$$

---

<sup>1)</sup> Tento vztah vznikne spojením (termické) stavové rovnice  $p \cdot V = \text{Konst.} \cdot T$  a (kalorické stavové) rovnice  $U = 5/2 \text{ Konst.} \cdot T$  platících pro dvouatomový ideální plyn, za nějž může být vzduch v uvažované situaci s dobrou přesností považován [3].

Poněvadž ovšem tlak v místnosti, stejně jako její objem, nedoznal v souvislosti se zatopením žádné změny, ani „*vnitřní energie (veškerého) vzduchu v místnosti se zahřátím nezmění*“.

## 2. ... (veškerý) vzduch v (celé) místnosti ... před zatopením a po něm

Znepokojivé zjištění, že dvojí různý termodynamický popis téže reálné situace vede k rozporným závěrům, si zřejmě žádá důkladnější analýzu celého problému.

### 2.1 modelová situace – hermeticky uzavřená místnost

Vyjděme – pro jednoduchost – z akademického předpokladu, že vytápěná místnost je hermeticky uzavřena. Za těchto okolností připadají v úvahu dvě snadno představitelné možnosti:

- Pokud jsou stěny místnosti nepohyblivé, uvažované plynové těleso ( $\equiv$  *veškerý vzduch v místnosti*) nemění svůj objem  $\Delta V = 0$ , v důsledku zahřívání se však zvětšuje jeho tlak  $\Delta p > 0$ .
- Jsou-li stěny místnosti posuvné, nemění se při zahřívání tlak vzduchu v místnosti  $\Delta p = 0$ , dochází ale ke zvětšování jeho objemu  $\Delta V > 0$ .

Vztah (2) potom dává pro obě tyto alternativy též výsledek jako obecná energiová bilance (1): *vnitřní energie veškerého vzduchu [uzavřeného!] v místnosti se zahřátím zvýší* –  $\Delta U > 0$ .

### 2.2 reálná situace – místnost na skutečné chatě

Běžné místnosti na běžných chatách mají neměnný objem  $V_1 = V_2 = V$ , avšak vzduch může pronikat různými štěrbinami v jejich stěnách. Díky tomu je v nich stále stejný (atmosférický) tlak  $p_1 = p_2 = p$ , takže také součin tlaku a objemu *veškerého vzduchu v místnosti* před zatopením  $p_1 \cdot V_1$  a po zatopení  $p_2 \cdot V_2$  má stejnou hodnotu. Ze vztahu (2) pak hned plyne, že *vnitřní energie veškerého vzduchu v místnosti se zahřátím nezmění*.

Z předchozího rozboru je zřejmé, k čemu na skutečné chatě v souvislosti se zatopením v kamnech dojde: část vzduchu ( $\delta n$  molů) unikne štěrbinami v oknech a dveřích z vytápěné místnosti pryč. Jinými slovy řečeno, látkové množství (*veškerého*) *vzduchu v místnosti* se změní z původní hodnoty  $n_1$  (před zatopením) na koncovou hodnotu  $n_2$  (po zatopení). A tím se také vyjasňuje příčina celého počátečního nedorozumění. Úvodní citát totiž označuje týmž slovním spojením (*veškerý*) *vzduch v (celé) místnosti* dvě různá plynová tělesa:

*veškerý vzduch v místnosti* (před zatopením):  $n_1$  molů  $\equiv$  okolní vzduch  
 $\neq$   
*veškerý vzduch v místnosti* (po zatopení):  $n_2 = n_1 - \delta n$  molů.

Hodnoty veličin  $V_1, V_2$ ;  $p_1, p_2$ ;  $n_1, n_2$ , o nichž se hovoří v tomto odstavci – a podobně také  $T_1, T_2$  a  $U_1, U_2$  v dalším textu – se (na rozdíl od předchozího odstavce 2. 1) vztahují ke dvěma různým termodynamickým systémům.<sup>2)</sup> (Ke zdůraznění této skutečnosti

<sup>2)</sup> Poznamenejme, že by sice bylo možné hovořit i o jednom systému, ovšem s proměnným počtem částic. Takový přístup je však pro úvodní kurzy méně vhodný a proto je v nich také méně běžný.

i v matematických zápisech označujeme jejich difference odlišnou symbolikou, např.  $n_1 - n_2 = \delta n$ .)

### 3. ... vnitřní energie veškerého vzduchu v místnosti ...

Předcházející úvahu lze dovést ještě dále, a to i kvantitativně: Součin  $p \cdot V$  je podle (termické) stavové rovnice ideálního plynu úměrný jeho termodynamické teplotě  $T$ . Je tedy před zatopením:

$$p_1 \cdot V_1 = p \cdot V = \text{Konst.} \cdot T_1, \quad (3)$$

po zatopení:

$$p_2 \cdot V_2 = p \cdot V = \text{konst.} \cdot T_2. \quad (4)$$

Srovnání takto zapsaných vztahů může při povrchním pohledu opět působit paradoxně: Zatímco se levé strany obou těchto vyjádření rovnají, teploty  $T_1$ ,  $T_2$  které vystupují na jejich pravých stranách, jsou různé. (Teploměr v místnosti ukazuje před zatopením nižší teplotu než po zatopení:  $T_1 < T_2$ .) I zde je však rozpor jen zdánlivý. *Konstanta* na pravé straně (termické) stavové rovnice ideálního plynu je totiž konstantou vždy jen pro konkrétní plynové těleso, neboť její hodnota závisí na jeho látkovém množství  $n$ . V uvažovaném případě je tedy

$$\text{Konst.} = n_1 R_m, \quad \text{konst.} = n_2 R_m,$$

(kde  $R_m$  je molární plynová konstanta),

což po dosazení do (3), (4) dává

$$n_1 \cdot T_1 = n_2 \cdot T_2.$$

Pomocí tohoto vztahu lze snadno vyjádřit látkové množství  $\delta n$  vzduchu, který během topení unikne z místnosti

$$\delta n = n_1 - n_2 = n_1 \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right),$$

a také – s použitím vztahu (2) – změnu  $\delta U$  vnitřní energie veškerého vzduchu v místnosti

$$\delta U = U_2 - U_1 = \frac{5}{2} n_2 R_m T_2 - \frac{5}{2} n_1 R_m T_1 = 0.$$

### 4. ... proč tedy v kamnech topíme?

Zatopením v kamnech dojde ke zvýšení vnitřní energie okolního vzduchu o  $\Delta U > 0$ . Tuto energii  $\Delta U$  (přesně rovnou energii, kterou dodají kamna ve formě tepla  $Q$  do svého okolí!! – viz vztah (1)) však z vytápěné místnosti odnesou molekuly vzduchu unikající netěsnostmi v jejích stěnách. „Energetický obsah místnosti“, nebo lépe *energie veškerého vzduchu v místnosti*, tak zůstane nezměněn:  $\delta U = 0$ .

Skutečnost, že hodnota *vnitřní energie veškerého vzduchu v místnosti* před a po zatopení je táž, lze – s přihlédnutím k jednoduchému vztahu  $U = N \cdot \langle u \rangle$  spojujícímu vnitřní energii  $U$   $N$ -částicového plynového tělesa se střední hodnotou energie  $\langle u \rangle$  jeho jednotlivé částice – vyjádřit zápisem

$$N_1 \cdot \langle u \rangle_1 = U_1 = U_2 = N_2 \cdot \langle u \rangle_2.$$

Poněvadž je však po zatopení v místnosti menší množství vzduchu  $n_2$ , resp. jeho molekul  $N_2$ , než před zatopením  $n_1 > n_2$  (resp.  $N_1 > N_2$ ), musí být

$$\langle u \rangle_1 < \langle u \rangle_2.$$

A jelikož pro dvouatomový ideální plyn obecně platí

$$\langle u \rangle = \frac{\frac{5}{2} n R_m T}{N} = \frac{5}{2} \frac{R_m}{N_A} T = \frac{5}{2} k T,$$

kde  $N_A$  je Avogadrova a  $k$  Boltzmannova konstanta, znamená to – pouze jinými slovy řečeno – že se v důsledku zatopení v kamnech zvýšila teplota v místnosti. Náš příjemný (či nepříjemný) „pocit“ – t. j. „pocit tepla“ (či „pocit zimy“) – souvisí se střední hodnotou energie molekul, tedy s teplotou, našeho bezprostředního okolí a nikoli s jeho celkovým energetickým obsahem.

**V kamnech tedy topíme proto, abychom zvýšili teplotu v místnosti,**

(„tepelná“) energie vyprodukovaná kamny však nakonec jen přispěje k „tepelnému znečištění“ okolního prostředí.

Autor je přesvědčen, že podrobná diskuse rozebíraného problému může být velmi přínosná jak po stránce fyzikální, tak pedagogické. Její dílčí části by přitom bylo nepochybně užitečné svěřit samotným studentům (třeba jako vhodnou náhradu řady standardních – mnohdy značně sterilních – úloh obvykle užívaných k ilustraci základů kinetické teorie plynů). Další vítané aspekty tohoto zajímavého tématu – např. rozvíjení čtenářské gramotnosti, kritického myšlení, vědomí ekologických souvislostí, ... – si laskavý čtenář, cvičený v novořeči kompetencí a jiných moderních pedagogických trendů, jistě uvědomí a zformuluje sám.

## L i t e r a t u r a

- [1] *Halliday, D. – Resnick, R. – Walker, J.:* Fyzika. VUTIUM Brno, Prometheus Praha, 2000.
- [2] *Bartuška, K. – Svoboda, E.:* Fyzika pro gymnázia – Molekulová fyzika a termika. Prometheus, Praha 2000.
- [3] *Lacina, A.:* Ideální plyn v gymnaziálním kurzu fyziky. Matematika, fyzika, informatika **18**, č. 7 (2009) 408. [http://www.physics.muni.cz/kof/clanky/idealni\\_plyn.pdf](http://www.physics.muni.cz/kof/clanky/idealni_plyn.pdf)