

Comptonův jev jako základní téma úvodního výkladu kvantových vlastností elektromagnetického záření

Hana Martinásková, Gymnázium Brno - Řečkovice
Aleš Lacina, Přírodovědecká fakulta MU, Brno

Comptonův jev je natolik přesvědčivým projevem kvantového charakteru interakce mezi elektromagnetickým zářením a látkou, že byl záhy po svém objevu a vysvětlení uznán za průkazné svědectví o reálné existenci fotonů [1]. Jeho obvyklé zařazení v učebnicových výkladech kvantových vlastností záření však neodpovídá ani jeho fyzikálnímu významu, ani jeho pedagogické hodnotě. Pokud je v nich totiž vůbec zmíněn, je zpravidla uveden jen velmi stručně – jako doplňkový příklad ilustrující (a snad i dodatečně podepírající) nezvyklé ideje použité v předcházející prezentaci fotoelektrického jevu. Jeho případný výklad se tedy – v drtivé většině učebnicových textů, které jej obsahují – od samého počátku opírá o v podstatě postulovanou kvantovou koncepci interakce elektromagnetického záření s látkou. Přitom již jeho základní analýzu lze uspořádat jako přímočarý, přehledný, celistvý fyzikální příběh, umožňující nejen velmi jednoduše **demonstrovat nepoužitelnost vlnové koncepce**, ale také snadno a hlavně nezávisle – tj. bez odvolání na dříve či jindy vyslovené předpoklady – **vytvořit jeho adekvátní kvantový popis**. Promyšlenou prezentací Comptonových experimentálních výsledků a navazujících teoretických úvah tak lze **dospět k pojmu světelného kvanta – fotonu** podstatně přesvědčivěji než v případě tradičně preferovaného fotoelektrického jevu.

1. Demonstrace neadekvátnosti vlnové koncepce

Podle klasické elektrodynamiky je elektromagnetické záření rozptýlené látkou superpozicí sekundárních elektromagnetických vln emitovaných elektrony ozařovaného vzorku rozkmitanými vlnou dopadající. A přestože podrobný – fyzikálně zcela korektní – popis takového výkladu vyžaduje značnou odbornou erudici, jeho elementarizovanou verzi lze velmi snadno zformulovat i na středoškolské úrovni: Periodicky se měnící elektrické pole (\equiv elektrická složka \vec{E} dopadající elektromagnetické vlny o frekvenci f) nutí každý jednotlivý elektron kmitat se stejnou frekvencí [2]. Náboj kmitající s určitou frekvencí je však zdrojem elektromagnetického vlnění téže frekvence. (Obě tato konstatování lze učinit přijatelnými dokonce i úplným laikům odkazem na fungování /a součinnost/ přijímací a vysílací antény.) Jednoduchost této argumentační linie zpřehledňuje následující heslovitý zápis:

KLASICKÁ PŘEDSTAVA O ROZPTYLU ELEKTROMAGNETICKÉHO ZÁŘENÍ LÁTKOU

**rozptýlené vlnění je superpozicí sekundárních vln,
jejichž zdroji jsou elektrony rozkmitávané vlnou dopadající**

frekvence rozptýleného vlnění

||

frekvenci sekundárních vln emitovaných kmitajícími elektrony

||

frekvenci vynucených kmitů elektronů

||

frekvenci vynucující síly

||

frekvenci dopadající vlny

$$\lambda' = \lambda$$

Srovnáním tohoto závěru s Comptonovým experimentálním zjištěním, že při rozptylu rentgenového záření na vzorcích obsahujících slabě vázané elektrony dochází ke změně jeho vlnové délky

$$\lambda \rightarrow \lambda', \quad (\lambda' \neq \lambda)$$

(resp. frekvence) **se ukazuje, že: vlnová koncepce je při popisu tohoto jevu nepoužitelná.**

2. Vytvoření kvantové představy¹

Východiskem úvah směřujících k adekvátnímu teoretickému vysvětlení nečekaného jevu je především jeho pečlivé experimentální vyšetření. Systematickým experimentováním Compton našel přesnou souvislost mezi úhlem rozptylu ϕ a změnou vlnové délky $\Delta\lambda$, k níž v příslušném směru dochází.

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2.4262 \cdot 10^{-12} (1 - \cos \phi) \text{ m.}$$

Po označení empiricky získané číselné konstanty $2.4262 \cdot 10^{-12} \text{ m}$, zpravidla nazývané Comptonova vlnová délka, symbolem λ_c , nabude tento vztah obvyklého tvaru

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \phi),$$

příp., po vyjádření vlnových délek rozptýleného a dopadajícího záření pomocí frekvencí,

$$\frac{1}{f'} - \frac{1}{f} = \frac{\lambda_c}{c} (1 - \cos \phi), \quad (1)$$

kde c je rychlost světla.

Naprosté selhání vlnového pojetí elektromagnetického záření při pokusu o teoretický výklad Comptonova jevu zřejmě vyžaduje zásadní změnu v uvažování o vzájemném působení dopadajícího záření a elektronů. Než budeme formulovat alternativní představu o rozptylu elektromagnetického záření látkou, zdůrazněme, že **další postup** má sice též obecný směr jako obvyklá vysokoškolská učebnicová zpracování [6-9], na rozdíl od nich však **z fotonové koncepce nevychází, ale postupně k ní dospívá**. Aby byla jeho logická linie co nejpřehlednější, je další výklad záměrně prezentován heslovitě a jen minimálně prokládán spojujícími komentáři. (Jeho podrobnější verzi – rozšířenou i o některé fyzikálně-historické skutečnosti – obsahuje [10, 11].)

ALTERNATIVNÍ PŘEDSTAVA O ROZPTYLU ELEKTROMAGNETICKÉHO ZÁŘENÍ LÁTKOU

**rozptyl = interakce určitých částí dopadajícího vlnového pole
(zatím nevíme, jak velkých) s jednotlivými elektrony**

z elektrodynamiky (příp. speciální teorie relativity):

elektromagnetická vlna přenáší spolu s energií ε
hybnost \vec{p}
(projevuje se m.j. tlakem záření)

platí: $\varepsilon = pc$ (ať jde o jakkoli vybranou část pole)

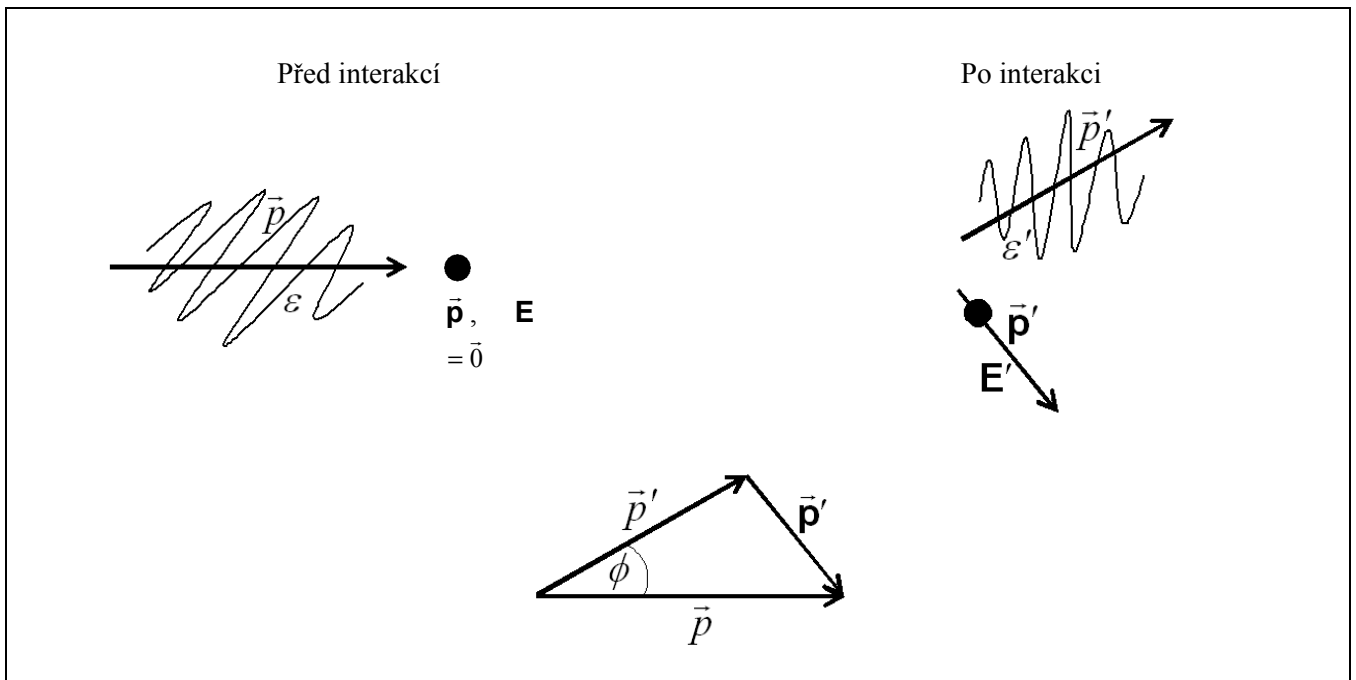
Namísto klasické představy rozkmitání souboru elektronů dopadající elektromagnetickou vlnou a superpozice jimi emitovaných sekundárních vln se tedy uvažuje o interakci jednotlivých elektronů (s počáteční hybností $\vec{p} = \vec{0}$ a energií $\mathbf{E} = m_0 c^2$ – např. [6-9])² s jistou – **zatím nespécifikovanou** – částí dopadajícího elektromagnetického pole (s /počáteční/ hybností \vec{p} a energií $\varepsilon = pc$ [12]).

¹ Připomeňme znovu, že české gymnaziální učebnice fyziky se – jen s výjimkou [4] a snad i [5] (v části cvičení) – Comptonovým jevem nijak podrobně nezabývají. Avšak ani drtivá většina vysokoškolských učebnic (namátkou např. [6-9]) žádnou detailní předběžnou diskusi možnosti jeho výkladu neprovádí a kvantovou představu v souvislosti s ním nevytváří, nýbrž pouze používá. Výklad Comptonova jevu je v nich zpravidla uveden pouhým konstatováním neúspěchu klasické fyziky při jeho popisu (mnohdy však začíná i bez tohoto oznámení), na něž bezprostředně navazuje **informace**

o fotonech (s přímo naservírovanými hotovými vztahy $\varepsilon = hf$, $\vec{p} = \left(\frac{hf}{c}\right)$) následovaná více či méně podrobným

odvozením výrazu pro $\Delta\lambda$, které má demonstrovat správnost „této teorie“.

² Tento předpoklad, odpovídající popisu jednotlivé interakce v souřadnicovém systému spojeném s elektronem před ní, je fyzikálně oprávněně nepatrnou hybností termalizovaných elektronů.



Pro tyto elementární interakce platí základní zákony zachování.

ZÁKON ZACHOVÁNÍ HYBNOSTI	ZÁKON ZACHOVÁNÍ ENERGIE
$\vec{p} + \vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}'$ $= \vec{0}$	$\varepsilon + \mathbf{E} = \varepsilon' + \mathbf{E}'$ $\varepsilon + m_0 c^2 = \varepsilon' + \mathbf{E}'$
Užitím kosinové věty:	
$p'^2 + p^2 - 2pp' \cos \phi = \mathbf{p}'^2 \cdot \quad / \cdot c^2 \quad (2)$	$(\varepsilon - \varepsilon' + m_0 c^2)^2 = \mathbf{E}'^2 \quad (3)$
Po provedení naznačených operací, po dosazení $pc = \varepsilon$, $p'c = \varepsilon'$, $\mathbf{p}'^2 c^2 = \mathbf{E}'^2 - m_0^2 c^4$ do (2) [15], a vzájemném odečtení obou rovnic (2), (3) se dostane	
$\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{m_0 c^2} (1 - \cos \phi).$	

3. Zavedení pojmu foton

Nápadná podoba tohoto výsledku se vztahem (1) shrnujícím výsledky Comptonova systematického experimentování (zcela stejná – netriviální – závislost na úhlu rozptylu ϕ na jejich pravých stranách a rozdíl charakteristiky rozptýleného a dopadajícího záření na jejich stranách levých) může být sotva náhodná a vyzývá k jejich srovnání:

Ze srovnání

$$\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{m_0 c^2} (1 - \cos \phi) \quad \text{a} \quad \frac{1}{f'} - \frac{1}{f} = \frac{\lambda_c}{c} (1 - \cos \phi)$$

postupně vychází

$$\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{\text{const.}} \left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{f} \right), \quad \text{resp.} \quad \varepsilon' = \text{const.} \cdot f', \quad \varepsilon = \text{const.} \cdot f,$$

a dále

$$\frac{1}{f'} - \frac{1}{f} = \frac{\text{const.}}{m_0 c^2} (1 - \cos \phi),$$

$$\frac{\lambda_c}{c} = \frac{\text{const.}}{m_0 c^2}.$$

Odtud pro konstantu úměrnosti mezi ε a f

$$\begin{aligned} \text{const.} &= m_0 \cdot c \cdot \lambda_c \\ &= 9.109\,534 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2.997\,925 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 2.4262 \cdot 10^{-12} \text{ m} \\ &= 6.625\,879 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

(Dnešní tabelovaná hodnota Planckovy konstanty $h = 6.626\,176 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ [16].)

Tento závěr lze chápat nejen jako

- **potvrzení výchozí představy celého postupu**
(\equiv interakce oddělených částí /kvant/ elektromagnetického pole s jednotlivými elektrony),

ale také jako

- **stanovení velikosti těchto kvant:**

ČÁSTI POLE INTERAGUJÍCÍ S JEDNOTLIVÝMI ELEKTRONY

$$\text{MAJÍ ENERGIÍ } \varepsilon = hf \text{ A HYBNOST } \vec{p} = \begin{pmatrix} \varepsilon \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} hf \\ c \end{pmatrix}$$

(směr shodný se směrem šíření záření)

(„BALÍČKY ZÁŘENÍ“ ~ SVĚTELNÁ KVANTA ~ FOTONY)

Prezentovaný postup je, podle názoru autorů, zvládnutelný a stravitelný i pro gymnaziální studenty. A umožníme-li jim takto zažít a vychutnat jeho fyzikální podstatu a souvislosti, stane se celý příběh kvantových vlastností elektromagnetického záření zajímavějším a pedagogicky účinnějším než pouhé sterilní oznámení, že *interaguje-li elektromagnetické záření s látkou, dochází mezi nimi k výměně energie a hybnosti po kvantech.*

Literatura a poznámky:

- [1] Lacina A., Martinásková H.: *Kvantové vlastnosti elektromagnetického záření v gymnaziálním kurzu fyziky*. Matematika, fyzika informatika **17**, č. 7 (2007/2008) 407.
- [2] Důvodem pro pomínutí běžně mlčky ignorovaného silového účinku magnetické složky je skutečnost, že její amplituda $B_0 = E_0 / c$ (kde E_0 je amplituda složky elektrické, c je rychlost světla) – viz např.
- [3]. V důsledku toho je síla $\vec{F}_{\text{mag}} = q(\vec{v} \times \vec{B})$, již působí magnetická složka na libovolný náboj q pohybující se nerelativistickou rychlostí v , zanedbatelná ve srovnání se silou $\vec{F}_{\text{el}} = q\vec{E}$, již na něj působí složka elektrická.
- [3] Alonso M., Finn E. J.: *Fundamental University Physics, vol. II*. Addison – Wesley, Reading, Massachusetts 1970.
- [4] Fuka J.: *Doplňk k učivu fyziky pro IV. ročník gymnasia*. SPN, Praha 1974.
- [5] Pišút J. a kol.: *Fyzika pro IV. ročník gymnázií*. SPN, Praha 1987.
- [6] Špolskij E. V.: *Atomová fyzika*. SNTL, Praha 1957.
- [7] Beiser A.: *Úvod do moderní fyziky*. Academia, Praha 1975.
- [8] Ohanian H. C.: *Physics*. W. W. Norton & Company, New York 1989.
- [9] Halliday D., Resnick R., Walker J.: *Fyzika*, VUTIUM Brno, Prometheus Praha 2000.
- [10] Martinásková H.: *Vývoj představ o světle a možnosti jeho využití v gymnaziálním kurzu fyziky*. Diplomová práce. Přírodovědecká fakulta MU, Brno 2007.
- [11] *Comptonův jev – prezentace*. <http://www.physics.muni.cz/~lacina/compton.ppt>.
- [12] Nejjednodušší cestou k tomuto důležitému vyjádření je kombinace základního relativistického vztahu $\mathcal{E} = mc^2$ s definičním $p = mv$ na výraz $\mathcal{E} = \frac{p}{v}c^2$ a následné položení $v = c$. Z hlediska elektrodynamického je tento vztah odvozen a podrobně komentován např. v [13], jeho všestrannou diskusi lze najít v [14].
- [13] Grawford F. S., Jr.: *Waves – Berkeley Physics Course, volume 3*. McGraw-Hill Book Company. New York 1967. (Ruský překlad: *Volny*. Nauka, Moskva 1974.)
- [14] Pišút J., Zajac R.: *O atómech a kvantování*. Alfa, Bratislava 1988.
- [15] Obecný relativistický vztah $E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$ mezi energií E a velikostí hybnosti p (objektu o klidové hmotnosti m_0 pohybujícího se rychlostí \vec{v}), který gymnaziální učebnice fyziky neuvádí, se snadno získá jednoduchou – „čistě matematickou“ – úpravou výrazu vzniklého dosazením $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ do vztahu $E^2 = m^2 c^4$ a využitím $p = mv$.
- [16] Brož J. a kol.: *Fyzikální a matematické tabulky*. SNTL, Praha 1980.